

## **§8. Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

### **A - MỤC TIÊU**

- HS biết chọn ẩn, đặt điều kiện cho ẩn.
- HS biết cách tìm mối liên hệ giữa các dữ kiện trong bài toán để lập phương trình.
- HS biết trình bày bài giải của một bài toán bậc hai.

### **B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý**

- Khi giải các bài toán về số tự nhiên hay số nguyên mà có nhiều chữ số, cần lưu ý HS các chữ số là những số tự nhiên nằm trong khoảng từ 0 đến 9, hoặc từ 1 đến 9 tùy theo vị trí của chúng.
- Khi giải bài toán về làm chung, làm riêng, cần coi toàn bộ công việc như 1 đơn vị.

• Khi giải các bài toán về chuyển động cùng chiều hoặc ngược chiều, ta nên dùng hình vẽ để HS hình dung một cách trực quan các đoạn đường mà các vật chuyển động đã đi. Chẳng hạn, khi hai vật chuyển động ngược chiều nhau giữa A và B và chúng gặp nhau ở C thì có thể biểu diễn bởi hình 9 :



Hình 9

Như vậy, tổng độ dài hai quãng đường đi được của hai vật chuyển động bằng quãng đường AB.

Khi hai vật ở A và B chuyển động cùng chiều theo hướng từ A đến B và chúng gặp nhau ở C, dùng hình 10 :



Hình 10

Ta có hiệu hai quãng đường đi được của hai vật chuyển động bằng khoảng cách AB.

### C - GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

– Vào bài học, cho HS nhắc lại các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình. Sau đó cho HS giải bài toán trong ví dụ như một hoạt động. Nếu trình độ HS còn yếu thì GV hướng dẫn HS tiến hành từng bước để chọn ẩn số, lập phương trình và giải phương trình.

– Thực hiện hoạt động [?1]. Cũng có thể cho những bài tập khác tương tự như bài trong hoạt động này, chẳng hạn bài tập 46 trong phần luyện tập.

Khi thực hiện hoạt động này, nếu HS trong lớp còn yếu thì GV có thể cắt hoạt động này thành nhiều giai đoạn :

- Chọn ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.

Xong bước này, GV viết lên bảng :

Gọi chiều rộng của mảnh đất là  $x$  (m),  $x > 0$ .

- Biểu diễn các dữ kiện chưa biết qua ẩn.

HS thực hiện xong, GV lại viết tiếp :

Chiều dài của mảnh đất là  $x + 4$  (m) ;

Diện tích của mảnh đất là  $x(x + 4)$  ( $m^2$ ).

- Lập phương trình.

Sau khi HS lập xong phương trình, GV lại viết :

Theo đầu bài ta có phương trình :  $x(x + 4) = 320$ .

- Giải phương trình.

...

*Trả lời* : Chiều rộng : 16 m.

Chiều dài : 20 m.

#### D - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

- 41.** Gọi số mà một bạn đã chọn là  $x$  và số bạn kia chọn là  $x + 5$ .

Tích của hai số là  $x(x + 5)$ .

Theo đầu bài ta có phương trình :  $x(x + 5) = 150$  hay  $x^2 + 5x - 150 = 0$ .

Giải phương trình :  $\Delta = 25 - 4 \cdot (-150) = 625 = 25^2$  ;  $x_1 = 10$ ,  $x_2 = -15$ .

*Trả lời* :

– Nếu bạn Minh chọn số 10 thì bạn Lan chọn số 15 hoặc ngược lại.

– Nếu bạn Minh chọn số  $-15$  thì bạn Lan chọn số  $-10$  hoặc ngược lại.

- 42.** Gọi lãi suất cho vay là  $x(\%)$ ,  $x > 0$ .

Tiền lãi sau 1 năm là :  $2\,000\,000 \cdot \frac{x}{100}$  hay  $20\,000x$  (đồng).

Sau 1 năm cả vốn lẫn lãi sẽ là :  $2\,000\,000 + 20\,000x$  (đồng).

Tiền lãi riêng năm thứ hai phải chịu là :

$$(2\,000\,000 + 20\,000x) \frac{x}{100} \text{ hay } 20\,000x + 200x^2 \text{ (đồng).}$$

Số tiền sau 2 năm bác Thời phải trả là  $2\,000\,000 + 40\,000x + 200x^2$  (đồng).

Theo đầu bài ta có phương trình :

$$2\,000\,000 + 40\,000x + 200x^2 = 2\,420\,000 \text{ hay } x^2 + 200x - 2100 = 0.$$

Giải phương trình, ta được  $x_1 = 10$ ,  $x_2 = -210$ .

Vì  $x > 0$  nên  $x_2$  không thoả mãn điều kiện của ẩn.

*Trả lời* : Lãi suất là 10%.

43. Gọi vận tốc của xuồng lúc đi là  $x$  (km/h),  $x > 0$ , thì vận tốc lúc về là

$$x - 5 \text{ (km/h)}.$$

Thời gian đi 120 km là :  $\frac{120}{x}$  (giờ).

Vì khi đi có nghỉ 1 giờ nên thời gian lúc đi hết tất cả là :  $\frac{120}{x} + 1$  (giờ)

Đường về dài  $120 + 5 = 125$  (km).

Thời gian về là :  $\frac{125}{x-5}$  (giờ).

Theo đầu bài ta có phương trình  $\frac{120}{x} + 1 = \frac{125}{x-5}$ .

Giải phương trình :

$$x^2 - 5x + 120x - 600 = 125x \Leftrightarrow x^2 - 10x - 600 = 0 ;$$

$$x_1 = 30, x_2 = -20 \text{ (loại)}.$$

Trả lời : Vận tốc của xuồng khi đi là 30 km/h.

44. Gọi số phải tìm là  $x$ .

Một nửa của nó trừ đi một nửa đơn vị là :  $\frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ .

Theo đầu bài ta có phương trình  $\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$  hay  $x^2 - x - 2 = 0$  ;

$$x_1 = -1, x_2 = 2.$$

Trả lời : Số phải tìm bằng  $-1$  hoặc  $2$ .

45. Gọi số bé là  $x$ ,  $x \in \mathbf{N}$ ,  $x > 0$ ,

số tự nhiên kế sau là  $x + 1$ .

Tích của hai số này là  $x(x + 1)$  hay  $x^2 + x$ .

Tổng của chúng là  $x + x + 1$  hay  $2x + 1$ .

Theo đầu bài ta có phương trình  $x^2 + x - 2x - 1 = 109$  hay  $x^2 - x - 110 = 0$ .

Giải phương trình :  $\Delta = 1 + 440 = 441, \sqrt{\Delta} = 21 ;$

$$x_1 = 11, x_2 = -10 \text{ (loại)}.$$

*Trả lời :* Hai số phải tìm là 11 và 12.

**46.** Gọi chiều rộng của mảnh đất là  $x$  (m),  $x > 0$ .

Vì diện tích của mảnh đất bằng  $240 \text{ m}^2$  nên chiều dài là :  $\frac{240}{x}$  (m).

Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì mảnh đất mới có chiều rộng là  $x + 3$ (m), chiều dài là  $\left(\frac{240}{x} - 4\right)$ (m) và diện tích là :

$$(x + 3)\left(\frac{240}{x} - 4\right)(\text{m}^2).$$

Theo đầu bài ta có phương trình

$$(x + 3)\left(\frac{240}{x} - 4\right) = 240.$$

Vì  $x > 0$  nên từ phương trình này suy ra  $-4x^2 - 12x + 240x + 720 = 240x$  hay  $x^2 + 3x - 180 = 0$ .

Giải phương trình :  $\Delta = 3^2 + 720 = 729, \sqrt{\Delta} = 27 ;$

$$x_1 = 12, x_2 = -15 \text{ (loại)}.$$

Do đó, chiều rộng là 12 m, chiều dài là  $240 : 12 = 20$  (m).

*Trả lời :* Mảnh đất có chiều rộng là 12 m, chiều dài là 20 m.

**47.** Gọi vận tốc xe của bác Hiệp là  $x$  (km/h),  $x > 0$ , khi đó

vận tốc xe của cô Liên là  $x - 3$  (km/h).

Thời gian bác Hiệp đi từ làng lên tỉnh là  $\frac{30}{x}$  (giờ).

Thời gian cô Liên đi từ làng lên tỉnh là  $\frac{30}{x-3}$  (giờ).

Vì bác Hiệp đến trước cô Liên nửa giờ, tức là thời gian đi của bác Hiệp ít hơn thời gian đi của cô Liên nửa giờ nên ta có phương trình :

$$\frac{30}{x-3} - \frac{30}{x} = \frac{1}{2}.$$

Giải phương trình :

$$x(x - 3) = 60x - 60x + 180 \text{ hay } x^2 - 3x - 180 = 0 ;$$

$$\Delta = 9 + 720 = 729, \sqrt{\Delta} = 27.$$

$$x_1 = 15, x_2 = -12 \text{ (loại)}.$$

*Trả lời :* Vận tốc xe của bác Hiệp là 15 km/h.

Vận tốc xe của cô Liên là 12 km/h.

48. Gọi chiều rộng của miếng tôn lúc đầu là  $x$  (dm),  $x > 0$ .

Chiều dài của nó là  $2x$  (dm).

Khi làm thành một cái thùng không nắp thì chiều dài của thùng là  $2x - 10$  (dm), chiều rộng là  $x - 10$  (dm), chiều cao là 5 (dm).

Dung tích của thùng là  $5(2x - 10)(x - 10)$  (dm<sup>3</sup>).

Theo đầu bài ta có phương trình

$$5(2x - 10)(x - 10) = 1500 \text{ hay } x^2 - 15x - 100 = 0.$$

Giải phương trình :  $\Delta = 225 + 400 = 625, \sqrt{\Delta} = 25 ;$

$$x_1 = 20, x_2 = -5 \text{ (loại)}.$$

*Trả lời :* Miếng tôn có chiều rộng bằng 20 dm, chiều dài bằng 40 dm.

49. Gọi thời gian đội I làm một mình xong việc là  $x$  (ngày),  $x > 0$ .

Vì đội II hoàn thành công việc lâu hơn đội I là 6 ngày nên thời gian một mình đội II làm xong việc là  $x + 6$  (ngày).

Mỗi ngày đội I làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc),

Mỗi ngày đội II làm được  $\frac{1}{x+6}$  (công việc).

Mỗi ngày cả hai đội làm được  $\frac{1}{4}$  (công việc).

Ta có phương trình :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}.$

Giải phương trình :

$$x(x + 6) = 4x + 4x + 24 \text{ hay } x^2 - 2x - 24 = 0 ; \Delta' = 1 + 24 = 5^2 ;$$

$$x_1 = 6, x_2 = -4 \text{ (loại).}$$

*Trả lời* : Một mình đội I làm trong 6 ngày thì xong việc ;

Một mình đội II làm trong 12 ngày thì xong việc.

**50.** Gọi khối lượng riêng của miếng kim loại thứ nhất là :  $x \text{ (g/cm}^3\text{)}$ ,  $x > 0$  ;

khối lượng riêng của miếng kim loại thứ hai là :  $x - 1 \text{ (g/cm}^3\text{)}$ .

Thể tích của miếng kim loại thứ nhất là :  $\frac{880}{x} \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Thể tích của miếng kim loại thứ hai là :  $\frac{858}{x-1} \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Theo đầu bài ta có phương trình :  $\frac{858}{x-1} - \frac{880}{x} = 10$ .

Giải phương trình :  $10x(x - 1) = 858x - 880x + 880 \text{ hay } 5x^2 + 6x - 440 = 0 ;$

$$\Delta' = 9 + 2200 = 2209, \sqrt{\Delta'} = 47 ;$$

$$x_1 = 8,8, x_2 = -10 \text{ (loại).}$$

*Trả lời* : Khối lượng riêng của miếng kim loại thứ nhất là  $8,8 \text{ g/cm}^3$ .

Khối lượng riêng của miếng kim loại thứ hai là  $7,8 \text{ g/cm}^3$ .

**51.** Gọi trọng lượng nước trong dung dịch trước khi đổ thêm nước là  $x \text{ (g)}$ ,  $x > 0$ .

Nồng độ muối của dung dịch khi đó là  $\frac{40}{x+40}$ .

Nếu đổ thêm 200g nước vào dung dịch thì trọng lượng của dung dịch sẽ là :

$$x + 40 + 200 \text{ (g).}$$

Nồng độ của dung dịch bây giờ là  $\frac{40}{x+240}$ .

Vì nồng độ muối giảm 10% nên ta có phương trình

$$\frac{40}{x+40} - \frac{40}{x+240} = \frac{10}{100}$$

Giải phương trình :

$$(x + 40)(x + 240) = 400(x + 240 - x - 40) \text{ hay } x^2 + 280x - 70\,400 = 0 ;$$

$$\Delta' = 19\,600 + 70\,400 = 90\,000, \sqrt{\Delta'} = 300 ;$$

$$x_1 = 160, x_2 = -440 \text{ (loại)}.$$

*Trả lời :* Trước khi đổ thêm nước, trong dung dịch có 160 g nước.

**52.** Gọi vận tốc của canô trong nước yên lặng là  $x$  (km/h),  $x > 3$ ,

vận tốc khi xuôi dòng là  $x + 3$  (km/h),

vận tốc khi ngược dòng là  $x - 3$  (km/h).

Thời gian xuôi dòng là  $\frac{30}{x+3}$  (giờ).

Thời gian ngược dòng là  $\frac{30}{x-3}$  (giờ).

Nghỉ lại 40 phút hay  $\frac{2}{3}$  giờ ở B.

Theo đầu bài ta có phương trình

$$\frac{30}{x+3} + \frac{30}{x-3} + \frac{2}{3} = 6.$$

Giải phương trình :

$$16(x + 3)(x - 3) = 90(x + 3 + x - 3) \text{ hay } 4x^2 - 45x - 36 = 0 ;$$

$$\Delta = 2025 + 576 = 2601, \sqrt{\Delta} = 51 ;$$

$$x_1 = 12, x_2 = -\frac{3}{4} \text{ (loại)}.$$

*Trả lời :* Vận tốc của canô trong nước yên lặng là 12 km/h.

**53. Cách 1.**

Giả sử M là điểm chia đoạn AB và AB có độ dài bằng  $a$  (h.11).



Hình 11

Gọi độ dài của  $AM = x$ ,  $0 < x < a$ . Khi đó  $MB = a - x$ .



Theo đầu bài, ta có :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MB}{AM} \text{ hay } \frac{x}{a} = \frac{a-x}{x}.$$

Giải phương trình :  $x^2 = a(a-x)$  hay  $x^2 + ax - a^2 = 0$  ;

$$\Delta = a^2 + 4a^2 = 5a^2, \sqrt{\Delta} = a\sqrt{5} ;$$

$$x_1 = \frac{-a + a\sqrt{5}}{2} = \frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}, x_2 = \frac{-a(\sqrt{5}+1)}{2} \text{ (loại)}.$$

$$\text{Vậy } AM = \frac{(\sqrt{5}-1)a}{2}.$$

Trả lời : Tỉ số cần tìm là  $\frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ .

Cách 2. Gọi tỉ số cần tìm là  $x, x > 0$ .

Theo giả thiết, ta có

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MB}{AM} = x.$$

Suy ra,

$$AM = AB.x,$$

(1)

$$MB = AM.x.$$

Nhưng  $AB = AM + MB = AM + AM.x = AM(1+x)$ .

(2)

Thay biểu thức biểu diễn  $AM$  của (1) vào (2), ta được :

$$AB = AB.x(1+x).$$

Vì  $AB \neq 0$  nên  $1 = (1+x)x$  hay  $x^2 + x - 1 = 0$  ;

$$x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ (loại)}.$$