

§12. Chia đa thức một biến đã sắp xếp

1. Phép chia hết

Để chia đa thức $(2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3)$ cho đa thức $(x^2 - 4x - 3)$ ta làm như sau :

- Đặt phép chia

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 \\ \hline x^2 - 4x - 3 \end{array}$$

Chia hạng tử bậc cao nhất của đa thức bị chia cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia :

$$2x^4 : x^2 = 2x^2.$$

Nhân $2x^2$ với đa thức chia $x^2 - 4x - 3$ rồi lấy đa thức bị chia trừ đi tích nhận được :

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 \\ - 2x^4 - 8x^3 - 6x^2 \\ \hline - 5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 \end{array}$$

Hiệu vừa tìm được gọi là dư thứ nhất.

- Chia hạng tử bậc cao nhất của dư thứ nhất cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia, cụ thể là :

$$-5x^3 : x^2 = -5x.$$

Lấy dư thứ nhất trừ đi tích của $-5x$ với đa thức chia ta được dư thứ hai :

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 \\ \underline{-} \quad 2x^4 - 8x^3 - 6x^2 \\ \hline -5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 \\ \underline{-} \quad -5x^3 + 20x^2 + 15x \\ \hline x^2 - 4x - 3 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x^2 - 4x - 3 \\ \hline 2x^2 - 5x \end{array} \right.$$

Thực hiện tương tự như trên, ta được :

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 \\ \underline{-} \quad 2x^4 - 8x^3 - 6x^2 \\ \hline -5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 \\ \underline{-} \quad -5x^3 + 20x^2 + 15x \\ \hline x^2 - 4x - 3 \\ \underline{-} \quad x^2 - 4x - 3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x^2 - 4x - 3 \\ \hline 2x^2 - 5x + 1 \end{array} \right.$$

- Dư cuối cùng bằng 0, ta được thương là $2x^2 - 5x + 1$. Khi đó ta có :

$$(2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3) : (x^2 - 4x - 3) = 2x^2 - 5x + 1.$$

Phép chia có dư bằng 0 là phép chia hết.

?

Kiểm tra lại tích $(x^2 - 4x - 3)(2x^2 - 5x + 1)$ có bằng $(2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3)$ hay không.

2. Phép chia có dư

Thực hiện phép chia đa thức $(5x^3 - 3x^2 + 7)$ cho đa thức $(x^2 + 1)$.

Làm tương tự như trên, ta được :

$$\begin{array}{r} 5x^3 - 3x^2 \quad + 7 \\ \underline{-} \quad \quad \quad \quad | \quad x^2 + 1 \\ \underline{5x^3 \quad \quad \quad + 5x} \quad | \quad 5x - 3 \\ \underline{-3x^2 - 5x \quad + 7} \\ \underline{-3x^2 \quad \quad \quad - 3} \\ \underline{\quad \quad \quad \quad \quad - 5x + 10} \end{array}$$

Đến đây ta thấy đa thức dư $-5x + 10$ có bậc bằng 1 nhỏ hơn bậc của đa thức chia (bằng 2) nên phép chia không thể tiếp tục được.

Phép chia trong trường hợp này được gọi là *phép chia có dư*, $-5x + 10$ gọi là *dư* và ta có :

$$5x^3 - 3x^2 + 7 = (x^2 + 1)(5x - 3) - 5x + 10.$$

► *Chú ý.* Người ta chứng minh được rằng đối với hai đa thức tùy ý A và B của cùng một biến ($B \neq 0$), tồn tại duy nhất một cặp đa thức Q và R sao cho $A = B \cdot Q + R$, trong đó R bằng 0 hoặc bậc của R nhỏ hơn bậc của B (R được gọi là *dư* trong phép chia A cho B).

Khi $R = 0$ phép chia A cho B là phép chia hết.

BÀI TẬP

67. Sắp xếp các đa thức theo luỹ thừa giảm dần của biến rồi làm phép chia :
 - a) $(x^3 - 7x + 3 - x^2) : (x - 3)$;
 - b) $(2x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 2 + 6x) : (x^2 - 2)$.
68. Áp dụng hằng đẳng thức đáng nhớ để thực hiện phép chia :
 - a) $(x^2 + 2xy + y^2) : (x + y)$;
 - b) $(125x^3 + 1) : (5x + 1)$;
 - c) $(x^2 - 2xy + y^2) : (y - x)$.
69. Cho hai đa thức : $A = 3x^4 + x^3 + 6x - 5$ và $B = x^2 + 1$. Tìm dư R trong phép chia A cho B rồi viết A dưới dạng $A = B \cdot Q + R$.

LUYỆN TẬP

70. Làm tính chia :

a) $(25x^5 - 5x^4 + 10x^2) : 5x^2$; b) $(15x^3y^2 - 6x^2y - 3x^2y^2) : 6x^2y$.

71. Không thực hiện phép chia, hãy xét xem đa thức A có chia hết cho đa thức B hay không.

a) $A = 15x^4 - 8x^3 + x^2$

$$B = \frac{1}{2}x^2;$$

b) $A = x^2 - 2x + 1$

$$B = 1 - x.$$

72. Làm tính chia :

$$(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 5x - 2) : (x^2 - x + 1).$$

73. Tính nhanh :

a) $(4x^2 - 9y^2) : (2x - 3y)$;

b) $(27x^3 - 1) : (3x - 1)$;

c) $(8x^3 + 1) : (4x^2 - 2x + 1)$;

d) $(x^2 - 3x + xy - 3y) : (x + y)$.

74. Tìm số a để đa thức $2x^3 - 3x^2 + x + a$ chia hết cho đa thức $x + 2$.