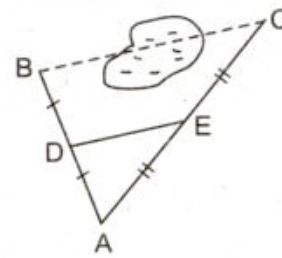


## §4. Đường trung bình của tam giác, của hình thang

Giữa hai điểm B và C có chướng ngại vật (h. 33). Biết  $DE = 50\text{m}$ , ta có thể tính được khoảng cách giữa hai điểm B và C



Hình 33

### 1. Đường trung bình của tam giác

**?1** Vẽ tam giác ABC bất kì rồi lấy trung điểm D của AB. Qua D vẽ đường thẳng song song với BC, đường thẳng này cắt cạnh AC ở E. Bằng quan sát, hãy nêu dự đoán về vị trí của điểm E trên cạnh AC.

#### Định lý 1

**Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.**

GT |  $\Delta ABC, AD = DB, DE // BC$

KL |  $AE = EC$

*Chứng minh.* (h. 34) Qua E, kẻ đường thẳng song song với AB, cắt BC ở F.

Hình thang DEFB có hai cạnh bên song song ( $DB // EF$ ) nên  $DB = EF$ . Theo giả thiết  $AD = DB$ . Do đó  $AD = EF$ .

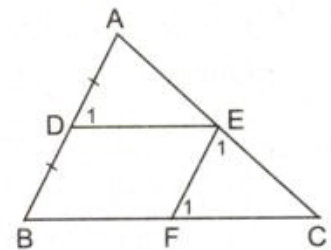
$\Delta ADE$  và  $\Delta EFC$  có

$$\hat{A} = \hat{E}_1 \text{ (đồng vị, } EF // AB)$$

$$AD = EF \text{ (chứng minh trên)}$$

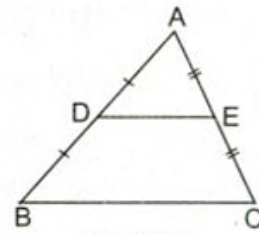
$$\hat{D}_1 = \hat{F}_1 \text{ (cùng bằng } \hat{B}).$$

Do đó  $\Delta ADE = \Delta EFC$  (g.c.g), suy ra  $AE = EC$ . Vậy E là trung điểm của AC.



Hình 34

• Trên hình 35, D là trung điểm của AB, E là trung điểm của AC, đoạn thẳng DE gọi là *đường trung bình* của tam giác ABC.



Hình 35

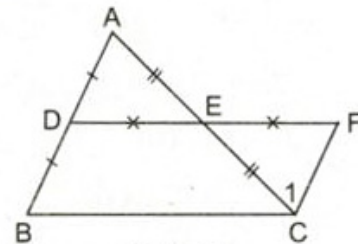
**Định nghĩa.** Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

**?2** Vẽ tam giác ABC bất kì rồi lấy trung điểm D của AB, trung điểm E của AC. Dùng thước đo góc và thước chia khoảng để kiểm tra rằng  $\widehat{ADE} = \widehat{B}$  và  $DE = \frac{1}{2}BC$ .

**Định lý 2**

**Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.**

GT	$\Delta ABC, AD = DB, AE = EC$
KL	$DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC$



Hình 36

*Chứng minh.* (h. 36) Vẽ điểm F sao cho E là trung điểm của DF.

$\Delta AED = \Delta CEF$  (c.g.c, học sinh tự chứng minh),  
suy ra  $AD = CF$  và  $\widehat{A} = \widehat{C}_1$ .

Ta có  $AD = DB$  (giả thiết) và  $AD = CF$  nên  $DB = CF$ .

Ta có  $\widehat{A} = \widehat{C}_1$ , hai góc này ở vị trí so le trong nên  $AD \parallel CF$ , tức là  $DB \parallel CF$ , do đó DBCF là hình thang.

Hình thang DBCF có hai đáy DB, CF bằng nhau nên hai cạnh bên DF, BC song song và bằng nhau.

Do đó  $DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}BC$ .

**?3** Tính độ dài đoạn BC trên hình 33.

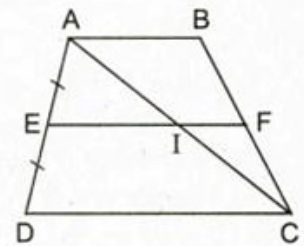
## 2. Đường trung bình của hình thang

**24** Cho hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ). Qua trung điểm  $E$  của  $AD$  kẻ đường thẳng song song với hai đáy, đường thẳng này cắt  $AC$  ở  $I$ , cắt  $BC$  ở  $F$  (h. 37). Có nhận xét gì về vị trí của điểm  $I$  trên  $AC$ , điểm  $F$  trên  $BC$  ?

### Định lý 3

**Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai.**

GT	$ABCD$ là hình thang ( $AB \parallel CD$ ) $AE = ED, EF \parallel AB, EF \parallel CD$
KL	$BF = FC$



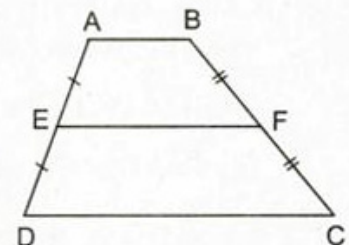
Hình 37

*Chứng minh.* (h. 37) Gọi  $I$  là giao điểm của  $AC$  và  $EF$ .

Tam giác  $ADC$  có  $E$  là trung điểm của  $AD$  (giả thiết) và  $EI \parallel CD$  (giả thiết) nên  $I$  là trung điểm của  $AC$ .

Tam giác  $ABC$  có  $I$  là trung điểm của  $AC$  (chứng minh trên) và  $IF \parallel AB$  (giả thiết) nên  $F$  là trung điểm của  $BC$ .

• Trên hình 38, hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) có  $E$  là trung điểm của  $AD$ ,  $F$  là trung điểm của  $BC$ , đoạn thẳng  $EF$  gọi là *đường trung bình* của hình thang  $ABCD$ .



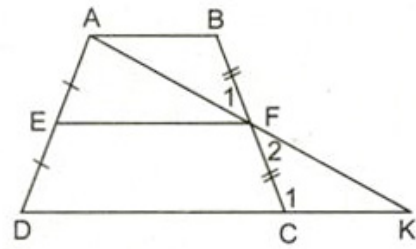
Hình 38

**Định nghĩa.** Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.

### Định lý 4

**Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.**

GT	Hình thang ABCD ( $AB \parallel CD$ ) $AE = ED, BF = FC$
KL	$EF \parallel AB, EF \parallel CD,$ $EF = \frac{AB + CD}{2}$



Hình 39

*Chứng minh.* (h. 39) Gọi K là giao điểm của các đường thẳng AF và DC.

$\Delta FBA$  và  $\Delta FCK$  có :

$$\hat{F}_1 = \hat{F}_2 \text{ (đối đỉnh)}$$

$$BF = FC \text{ (giả thiết)}$$

$$\hat{B} = \hat{C}_1 \text{ (so le trong, } AB \parallel DK).$$

Do đó  $\Delta FBA = \Delta FCK$  (g.c.g), suy ra  $AF = FK$  và  $AB = CK$ .

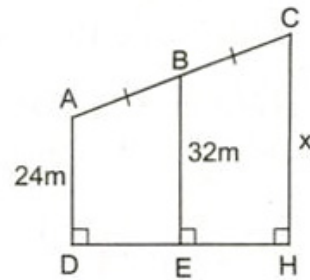
E là trung điểm của AD, F là trung điểm của AK nên EF là đường trung bình của  $\Delta ADK$ , suy ra  $EF \parallel DK$  (tức là  $EF \parallel CD$  và

$$EF \parallel AB) \text{ và } EF = \frac{1}{2} DK.$$

Mặt khác  $DK = DC + CK = DC + AB$ . Do đó

$$EF = \frac{DC + AB}{2}.$$

**25** Tính x trên hình 40.

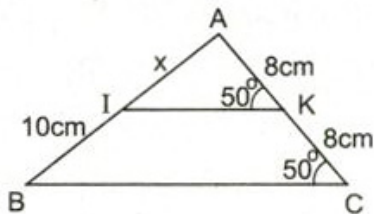


Hình 40

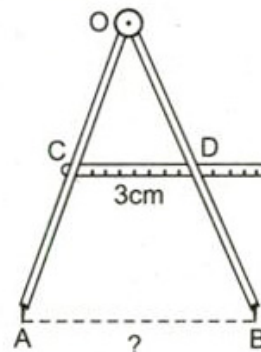
## BÀI TẬP

### Đường trung bình của tam giác

20. Tính x trên hình 41.



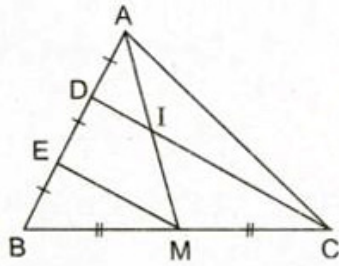
Hình 41



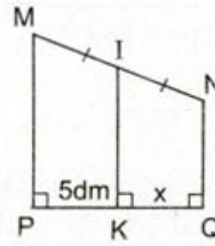
Hình 42

21. Tính khoảng cách AB giữa hai mũi của compa trên hình 42, biết rằng C là trung điểm của OA, D là trung điểm của OB và  $CD = 3\text{cm}$ .

22. Cho hình 43. Chứng minh rằng  $AI = IM$ .



Hình 43

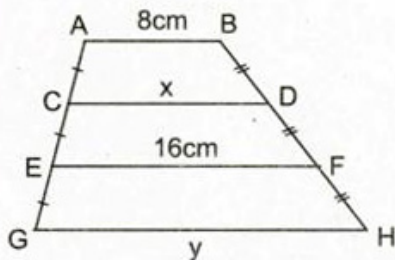


Hình 44

### Đường trung bình của hình thang

23. Tính  $x$  trên hình 44.
24. Hai điểm  $A$  và  $B$  thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng  $xy$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến  $xy$  bằng  $12\text{cm}$ , khoảng cách từ điểm  $B$  đến  $xy$  bằng  $20\text{cm}$ . Tính khoảng cách từ trung điểm  $C$  của  $AB$  đến  $xy$ .
25. Hình thang  $ABCD$  có đáy  $AB, CD$ . Gọi  $E, F, K$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD, BC, BD$ . Chứng minh ba điểm  $E, K, F$  thẳng hàng.

### LUYỆN TẬP



Hình 45

26. Tính  $x, y$  trên hình 45, trong đó  
 $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH$ .
27. Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $E, F, K$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD, BC, AC$ .
- a) So sánh các độ dài  $EK$  và  $CD, KF$  và  $AB$ .
- b) Chứng minh rằng  $EF \leq \frac{AB + CD}{2}$ .

28. Cho hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ),  $E$  là trung điểm của  $AD$ ,  $F$  là trung điểm của  $BC$ . Đường thẳng  $EF$  cắt  $BD$  ở  $I$ , cắt  $AC$  ở  $K$ .
- a) Chứng minh rằng  $AK = KC, BI = ID$ .
- b) Cho  $AB = 6\text{cm}, CD = 10\text{cm}$ . Tính các độ dài  $EI, KF, IK$ .