

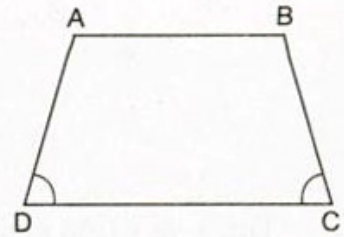
§3. Hình thang cân

Một dạng hình thang thường gặp : hình thang cân.

1. Định nghĩa

?1 Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) trên hình 23 có gì đặc biệt ?

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.



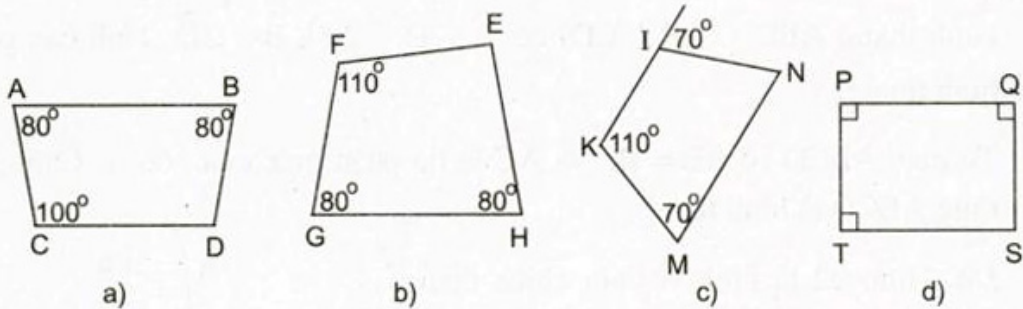
Hình 23

Tứ giác ABCD là hình thang cân ($AB \parallel CD$) $\Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ \hat{C} = \hat{D} \text{ hoặc } \hat{A} = \hat{B} \end{cases}$

► **Chú ý.** Nếu ABCD là hình thang cân (đáy AB, CD) thì $\hat{C} = \hat{D}$ và $\hat{A} = \hat{B}$.

?2 Cho hình 24.

- Tìm các hình thang cân.
- Tính các góc còn lại của mỗi hình thang cân đó.
- Có nhận xét gì về hai góc đối của hình thang cân ?



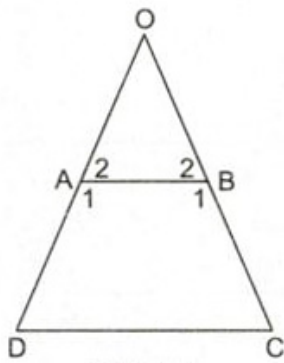
Hình 24

2. Tính chất

Định lý 1

Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.

GT	ABCD là hình thang cân ($AB \parallel CD$)
KL	$AD = BC$



Hình 25

Chứng minh. Xét hai trường hợp :

a) AD cắt BC ở O (giả sử $AB < CD$, h. 25) :

ABCD là hình thang cân nên $\widehat{D} = \widehat{C}$, $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$.

Ta có $\widehat{D} = \widehat{C}$ nên $\triangle OCD$ cân (hai góc ở đáy bằng nhau), do đó

$$OD = OC \quad (1)$$

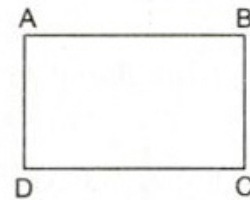
Ta có $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ nên $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2$, suy ra $\triangle OAB$ cân (hai góc ở đáy bằng nhau), do đó

$$OA = OB \quad (2)$$

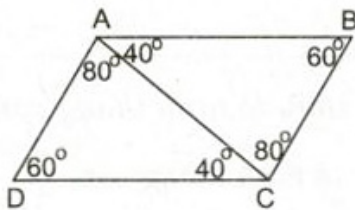
Từ (1) và (2) suy ra : $OD - OA = OC - OB$.

Vậy $AD = BC$.

b) $AD \parallel BC$ (h. 26). Khi đó $AD = BC$ (theo nhận xét ở §2 : hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau).



Hình 26



Hình 27

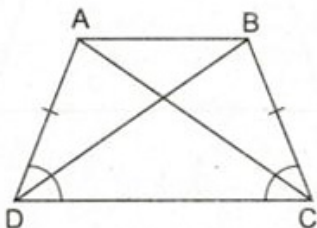
Chú ý. Có những hình thang có hai cạnh bên bằng nhau nhưng không là hình thang cân. Chẳng hạn trên hình 27, hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có hai cạnh bên bằng nhau ($AD = BC$) nhưng không là hình thang cân (vì $\widehat{D} \neq \widehat{C}$).

Định lí 2

Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.

GT | ABCD là hình thang cân ($AB \parallel CD$)

KL | $AC = BD$



Hình 28

Chứng minh. (h. 28)

$\triangle ADC$ và $\triangle BCD$ có :

CD là cạnh chung

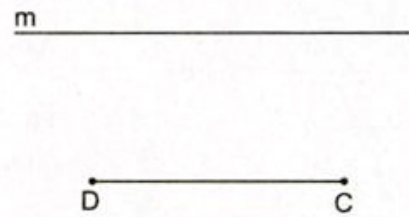
$\widehat{ADC} = \widehat{BCD}$ (định nghĩa hình thang cân)

$AD = BC$ (cạnh bên của hình thang cân).

Do đó $\triangle ADC = \triangle BCD$ (c.g.c), suy ra $AC = BD$.

3. Dấu hiệu nhận biết

?3 Cho đoạn thẳng CD và đường thẳng m song song với CD (h. 29). Hãy vẽ các điểm A, B thuộc m sao cho $ABCD$ là hình thang có hai đường chéo CA, DB bằng nhau. Sau đó hãy đo các góc \widehat{C} và \widehat{D} của hình thang $ABCD$ đó để dự đoán về dạng của các hình thang có hai đường chéo bằng nhau.



Hình 29

Định lí 3

Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

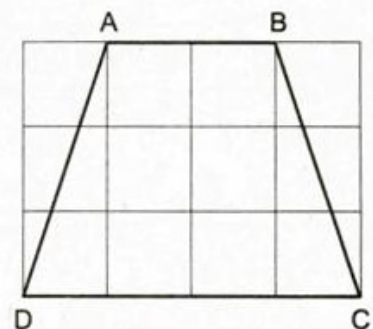
Định lí 3 được chứng minh ở bài tập 18.

Dấu hiệu nhận biết hình thang cân

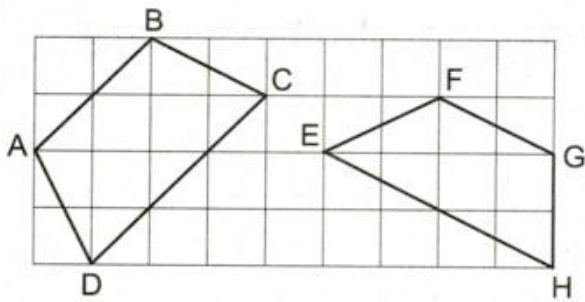
1. Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
2. Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

BÀI TẬP

11. Tính độ dài các cạnh của hình thang cân $ABCD$ trên giấy kẻ ô vuông (h. 30, độ dài của cạnh ô vuông là 1cm).
12. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD, AB < CD$). Kẻ các đường cao AE, BF của hình thang. Chứng minh rằng $DE = CF$.
13. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$), E là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh rằng $EA = EB, EC = ED$.



Hình 30



Hình 31

14. **Đố.** Trong các tứ giác ABCD và EFGH trên giấy kẻ ô vuông (h. 31), tứ giác nào là hình thang cân? Vì sao?

15. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh bên AB, AC lấy theo thứ tự các điểm D và E sao cho $AD = AE$.

a) Chứng minh rằng BDEC là hình thang cân.

b) Tính các góc của hình thang cân đó, biết rằng $\widehat{A} = 50^\circ$.

LUYỆN TẬP

16. Cho tam giác ABC cân tại A, các đường phân giác BD, CE ($D \in AC, E \in AB$). Chứng minh rằng BEDC là hình thang cân có đáy nhỏ bằng cạnh bên.

17. Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$. Chứng minh rằng ABCD là hình thang cân.

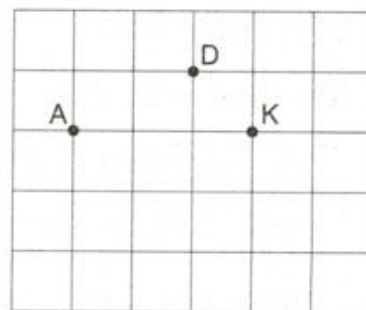
18. Chứng minh định lí "Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân" qua bài toán sau: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $AC = BD$. Qua B kẻ đường thẳng song song với AC, cắt đường thẳng DC tại E. Chứng minh rằng:

a) $\triangle BDE$ là tam giác cân.

b) $\triangle ACD = \triangle BDC$.

c) Hình thang ABCD là hình thang cân.

19. **Đố.** Cho ba điểm A, D, K trên giấy kẻ ô vuông (h. 32). Hãy tìm điểm thứ tư M là giao điểm của các dòng kẻ sao cho nó cùng với ba điểm đã cho là bốn đỉnh của một hình thang cân.



Hình 32