

5

PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

Trong cơ học, ta cần xác định vị trí của chất điểm tại một thời điểm bất kỳ. Phương trình chuyển động của chất điểm cho biết sự phụ thuộc của tọa độ của chất điểm vào thời gian. Từ phương trình chuyển động ta có thể biết được mọi đặc trưng của chuyển động của chất điểm.

1. Phương trình chuyển động thẳng biến đổi đều

a) Thiết lập phương trình

Giả sử ban đầu khi $t_0 = 0$, chất điểm có tọa độ $x = x_0$ và vận tốc $v = v_0$. Tại thời điểm t , chất điểm có tọa độ x và vận tốc v . Ta cần tìm sự phụ thuộc của tọa độ x vào thời gian t .

Ta đã có công thức sau đây :

$$v = v_0 + at \quad (5.1)$$

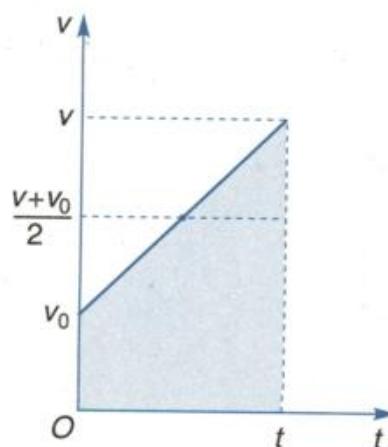
Vì vận tốc là một hàm bậc nhất của thời gian, nên khi chất điểm thực hiện độ dời $x - x_0$ trong khoảng thời gian $t - t_0 = t$ thì ta có thể chứng minh được rằng độ dời này bằng độ dời của chất điểm chuyển động thẳng đều với vận tốc bằng trung bình cộng của vận tốc đầu v_0 và vận tốc cuối v , tức là bằng $\frac{v + v_0}{2}t$. Vậy ta có :

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2}t \quad (5.2)$$

Thay v bằng công thức (5.1) và viết lại công thức (5.2), ta được :

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (5.3)$$

Đây là *phương trình chuyển động của chất điểm chuyển động thẳng biến đổi đều*. Theo phương trình này thì tọa độ x là một hàm bậc hai của thời gian t .



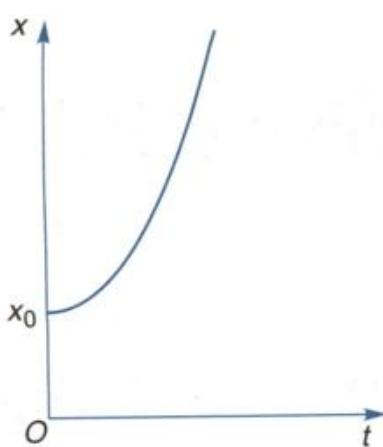
Hình 5.1 Đồ thị vận tốc theo thời gian của chuyển động thẳng biến đổi đều

Độ dời trong chuyển động thẳng biến đổi đều là $x - x_0 = \frac{v + v_0}{2}t$.

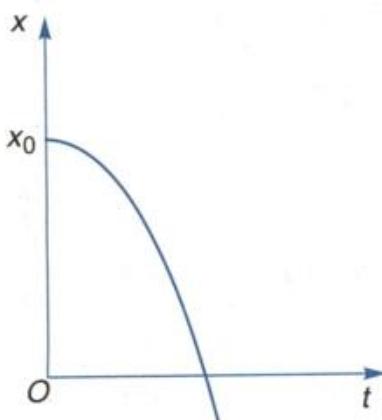
Nếu chất điểm chỉ chuyển động theo một chiều và chọn chiều ấy làm chiều dương thì quãng đường đi được s trùng với độ dời $x - x_0$. Từ (5.3) suy ra

$$s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

C1 $\frac{v + v_0}{2}$ có phải là vận tốc trung bình trên cả đoạn đường đi ?

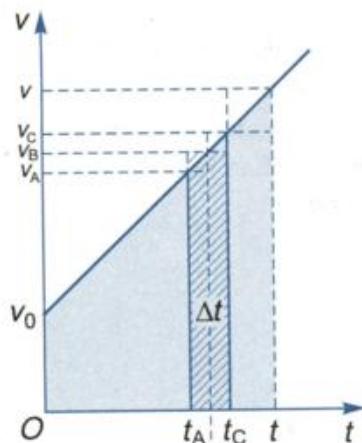


a) Đồ thị $x = x_0 + \frac{1}{2}at^2$ với $a > 0$.



b) Đồ thị $x = x_0 + \frac{1}{2}at^2$ với $a < 0$.

Hình 5.2



Hình 5.3 Đồ thị vận tốc theo thời gian và cách tính độ dời

b) Đồ thị toạ độ của chuyển động thẳng biến đổi đều

Đường biểu diễn sự phụ thuộc toạ độ theo thời gian là một phần của đường parabol. Dạng cụ thể của nó tùy thuộc các giá trị của v_0 và a .

Trong trường hợp chất diểm chuyển động không có vận tốc đầu ($v_0 = 0$), phương trình có dạng sau :

$$x = x_0 + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{với } t > 0$$

Đường biểu diễn có phần lõm hướng lên trên nếu $a > 0$ (Hình 5.2a), phần lõm hướng xuống dưới nếu $a < 0$ (Hình 5.2b).

c) Cách tính độ dời trong chuyển động thẳng biến đổi đều bằng đồ thị vận tốc theo thời gian

Trong phần này ta sẽ lập luận chặt chẽ để có được phương trình chuyển động đã nói ở mục trước.

Trong chuyển động thẳng biến đổi đều, công thức của vận tốc là :

$$v = v_0 + at$$

Đồ thị vận tốc theo thời gian là một đường thẳng xiên góc.

Ta sẽ chứng minh rằng độ dời $x - x_0$ được tính bằng diện tích hình thang vuông có các cạnh đáy là v , v_0 và đường cao là t .

Thực vậy, trước hết ta kẻ những đường song song với trục tung Ov cách đều nhau một khoảng Δt rất nhỏ. Ta có những hình thang nhỏ với đường cao Δt . Lấy một hình thang bất kì như trên Hình 5.3. Chuyển động của chất diểm trong khoảng thời gian $t_C - t_A = \Delta t$ có thể coi như chuyển động đều với vận tốc v_B bằng trung bình cộng của v_C và v_A , tức là bằng

$$\frac{v_C + v_A}{2}$$

Độ dời Δx trong khoảng thời gian đó là $\Delta x = \frac{v_C + v_A}{2} \Delta t$,

bằng diện tích hình thang nhỏ gạch chéo trên Hình 5.3. Độ dời trong khoảng thời gian từ t_0 đến t bằng tổng của tất cả các độ dời Δx trong các khoảng thời gian Δt . Độ dời này đúng bằng diện tích hình thang vuông có các cạnh đáy v và v_0 , đường cao là $t - t_0$. Để dàng tính được diện tích này :

$$\text{Diện tích hình thang} = x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} t$$

Ta lại có kết quả như trong mục a. Thay v bằng công thức (5.1), ta thu được phương trình chuyển động thẳng biến đổi đều :

$$x - x_0 = \left(\frac{v_0 + at + v_0}{2} \right) t$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

2. Công thức liên hệ giữa độ dời, vận tốc và gia tốc

a) Kí hiệu $\Delta x = x - x_0$ là độ dời trong khoảng thời gian từ 0 đến t .

Từ công thức (5.1) rút ra $t = \frac{v - v_0}{a}$, thay vào công thức (5.3), ta có :

$$x = x_0 + v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} a \left[\frac{v - v_0}{a} \right]^2 = x_0 + \frac{1}{2a} (v^2 - v_0^2)$$

Vậy

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad (5.4)$$

b) Trường hợp chuyển động từ trạng thái nghỉ (vận tốc đâu $v_0 = 0$).

Vận tốc $v = at$ không đổi dấu. Chuyển động chỉ theo một chiều và là nhanh dần đều. Chọn chiều dương là chiều chuyển động, khi đó độ dời Δx trùng với quãng đường đi được s .

$$s = \frac{1}{2} at^2 \quad (5.5)$$

Thời gian t đi hết quãng đường s

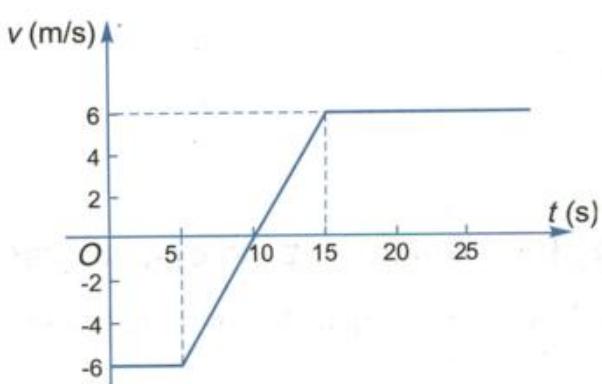
$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \quad (5.6)$$

Vận tốc v tính theo gia tốc và quãng đường đi được suy ra từ (5.4) là

$$v^2 = 2as \quad (5.7)$$

CÂU HỎI

- Viết phương trình chuyển động thẳng biến đổi đều và nêu rõ ý nghĩa của các đại lượng trong đó.
- Đồ thị vận tốc của một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox được biểu diễn ở Hình 5.4. Hãy xác định gia tốc của chất điểm trong các khoảng thời gian : $0 \text{ s} - 5 \text{ s}$; $5 \text{ s} - 15 \text{ s}$; $> 15 \text{ s}$.



Hình 5.4

BÀI TẬP

- Chọn câu sai.

Chất điểm sẽ chuyển động thẳng nhanh dần đều nếu :

- $a > 0$ và $v_0 > 0$.
- $a > 0$ và $v_0 = 0$.
- $a < 0$ và $v_0 > 0$.
- $a < 0$ và $v_0 = 0$.

- Một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox, theo phương trình $x = 2t + 3t^2$, trong đó x tính bằng mét, t tính bằng giây.
 - Hãy xác định gia tốc của chất điểm.
 - Tìm toạ độ và vận tốc tức thời của chất điểm lúc $t = 3 \text{ s}$.
- Vận tốc của một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox cho bởi hệ thức $v = (15 - 8t) \text{ m/s}$. Hãy xác định gia tốc, vận tốc của chất điểm lúc $t = 2 \text{ s}$ và vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian từ $t = 0 \text{ s}$ đến $t = 2 \text{ s}$.
- Một ô tô đang chuyển động với vận tốc không đổi 30 m/s . Đến chân một con dốc, đột nhiên máy ngừng hoạt động và ô tô theo đà đi lên dốc. Nó luôn luôn chịu một gia tốc ngược chiều vận tốc đầu bằng 2 m/s^2 trong suốt quá trình lên dốc và xuống dốc.
 - Viết phương trình chuyển động của ô tô, lấy gốc toạ độ $x = 0$ và gốc thời gian $t = 0$ lúc xe ở vị trí chân dốc.
 - Tính quãng đường xa nhất theo sườn dốc mà ô tô có thể lên được.
 - Tính thời gian đi hết quãng đường đó.
 - Tính vận tốc của ô tô sau 20 s . Lúc đó ô tô chuyển động theo chiều nào ?