

ÔN TẬP CHƯƠNG III

I - Kiến thức cần nhớ

1. Toạ độ của vectơ và toạ độ của điểm

+ Vectơ \vec{u} có toạ độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ Điểm M có toạ độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ Nếu điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$ và điểm $B = (x_B; y_B; z_B)$ thì

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

2. Tích vô hướng và tích có hướng.

Cho $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$.

+ Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số: $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.

+ Tích có hướng của \vec{u} và \vec{v} là vectơ

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} \right).$$

Vectơ $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với cả \vec{u} và \vec{v} .

+ Một số tính chất: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$;

\vec{u} và \vec{v} cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$;

$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0$.

+ Diện tích hình bình hành: $S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]|$.

+ Thể tích hình hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'}|$.

3. Phương trình mặt cầu.

Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 > d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và

có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

4. Phương trình mặt phẳng.

Mặt phẳng đi qua điểm $(x_0 ; y_0 ; z_0)$ với vectơ pháp tuyến $(A ; B ; C)$ có phương trình :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

Phương trình

$$Ax + By + Cz + D = 0, \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 > 0$$

là phương trình của mặt phẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A ; B ; C)$.

5. Phương trình đường thẳng

Cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0 ; y_0 ; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a ; b ; c)$. Khi đó :

+ Phương trình tham số của d là

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct. \end{cases}$$

+ Phương trình chính tắc của d (khi $abc \neq 0$) là

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

6. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Nếu (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình $A'x + B'y + C'z + D' = 0$ thì

+ (α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$;

+ (α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$;

+ (α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$;

+ (α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$.

7. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Nếu đường thẳng d đi qua điểm M_0 , có vectơ chỉ phương \vec{u} và đường thẳng d' đi qua điểm M'_0 , có vectơ chỉ phương \vec{u}' thì :

+ d và d' trùng nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] = [\vec{u}, \overline{M_0M'_0}] = \vec{0}$

$$+ d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0} \\ [\vec{u}, \overrightarrow{M_0M'_0}] \neq \vec{0} \end{cases}$$

$$+ d \text{ và } d' \text{ cắt nhau} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0M'_0} = 0 \\ [\vec{u}, \vec{u}'] \neq \vec{0} \end{cases}$$

$$+ d \text{ và } d' \text{ chéo nhau} \Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0M'_0} \neq 0.$$

8. Khoảng cách

+ Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$ là

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

+ Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ là

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

+ Khoảng cách từ điểm M_1 đến đường thẳng Δ đi qua M_0 và có vectơ chỉ phương \vec{u} là

$$d(M_1, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{M_0M_1}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|}.$$

+ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ' , trong đó Δ đi qua điểm M_0 và có vectơ chỉ phương \vec{u} , còn Δ' đi qua điểm M'_0 và có vectơ chỉ phương \vec{u}' là

$$d(\Delta, \Delta') = \frac{|[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0M'_0}|}{|[\vec{u}, \vec{u}']|}.$$

II - Câu hỏi tự kiểm tra

1. Cho biết toạ độ của hai điểm A, B , làm thế nào để tìm :

a) Toạ độ của vectơ \overrightarrow{AB} ;

- b) Khoảng cách giữa hai điểm A và B ;
 c) Tọa độ của trung điểm đoạn thẳng AB ?
2. Cho tọa độ bốn đỉnh của một hình tứ diện, làm thế nào để tìm :
 a) Tọa độ của trọng tâm tứ diện ;
 b) Tọa độ của tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ;
 c) Thể tích tứ diện ;
 d) Độ dài đường cao ứng với một mặt của tứ diện ?
3. Bằng phương pháp tọa độ, làm thế nào để chứng minh :
 a) Hai vectơ cùng phương ;
 b) Ba vectơ đồng phẳng ;
 c) Ba điểm thẳng hàng ;
 d) Bốn điểm không đồng phẳng ?
4. Trong mỗi trường hợp sau, hãy nêu cách viết phương trình mặt phẳng :
 a) Đi qua ba điểm không thẳng hàng ;
 b) Đi qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng cho trước ;
 c) Đi qua một điểm và song song với hai đường thẳng chéo nhau cho trước ;
 d) Đi qua một đường thẳng và song song với một đường thẳng cho trước ;
 e) Đi qua một điểm và vuông góc với hai mặt phẳng cho trước ;
 g) Chứa hai đường thẳng song song hoặc cắt nhau ;
 h) Đi qua một đường thẳng và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
5. Trong mỗi trường hợp sau, làm thế nào để viết phương trình đường thẳng :
 a) Đi qua một điểm và có vectơ chỉ phương cho trước ;
 b) Đi qua hai điểm phân biệt cho trước ;
 c) Đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng cho trước ;
 d) Đi qua một điểm và song song với hai mặt phẳng cắt nhau cho trước ;
 e) Đi qua một điểm và cắt hai đường thẳng chéo nhau cho trước ;
 g) Là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau cho trước ?
6. Bằng phương pháp tọa độ, làm thế nào để xác định vị trí tương đối :
 a) Giữa hai mặt phẳng ;
 b) Giữa hai đường thẳng ?

7. Bằng phương pháp tọa độ, làm thế nào để tính khoảng cách :
- Từ một điểm đến một mặt phẳng ;
 - Từ một điểm đến một đường thẳng ;
 - Giữa hai đường thẳng chéo nhau ;
 - Giữa hai đường thẳng song song ;
 - Giữa hai mặt phẳng song song ;
 - Giữa đường thẳng và mặt phẳng song song với đường thẳng đó ?
8. Trong mỗi trường hợp sau, làm thế nào để xác định tọa độ của điểm :
- Là hình chiếu của một điểm trên một mặt phẳng cho trước ;
 - Là hình chiếu của một điểm trên một đường thẳng cho trước ;
 - Đối xứng với một điểm cho trước qua một mặt phẳng cho trước ?

III - Bài tập

1. Cho bốn điểm $A(1 ; 6 ; 2)$, $B(4 ; 0 ; 6)$, $C(5 ; 0 ; 4)$, $D(5 ; 1 ; 3)$.
- Chứng minh rằng bốn điểm đó không đồng phẳng.
 - Tính thể tích tứ diện $ABCD$.
 - Viết phương trình mp(BCD).
 - Viết phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với mp(BCD). Tìm tọa độ tiếp điểm.
2. Cho hai điểm $A(1 ; -1 ; -2)$, $B(3 ; 1 ; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y + 3z - 5 = 0$.
- Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mp(P).
 - Tìm góc giữa đường thẳng AB và mp(P).
 - Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với mp(P).
 - Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng AB và mp(P). Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) , đi qua I và vuông góc với AB .
3. Cho đường thẳng d và mp(P) có phương trình :

$$d : \begin{cases} x = \frac{2}{3} + t \\ y = -\frac{11}{3} + t \\ z = t \end{cases} \quad (P) : x - 3y + z - 1 = 0.$$

- a) Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên $\text{mp}(P)$.
- b) Viết phương trình đường thẳng d_1 là hình chiếu song song của d trên $\text{mp}(P)$ theo phương Oz .
- c) Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O , cắt d và song song với $\text{mp}(P)$.

4. Cho điểm $A(2; 3; 1)$ và hai đường thẳng :

$$d_1 : \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2 : \frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}.$$

- a) Viết phương trình $\text{mp}(P)$ đi qua A và d_1 .
- b) Viết phương trình $\text{mp}(Q)$ đi qua A và d_2 .
- c) Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , cắt cả d_1 và d_2 .
- d) Tính khoảng cách từ A đến d_2 .

5. Cho hai đường thẳng :

$$d : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-6}{3} \quad \text{và} \quad d' : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

- a) Chứng minh hai đường thẳng đó chéo nhau. Tính góc giữa chúng.
- b) Tính khoảng cách giữa d và d' .
- c) Viết phương trình đường vuông góc chung của d và d' .
- d) Viết phương trình đường thẳng song song với Oz , cắt cả d và d' .

6. Cho hai đường thẳng :

$$d : \begin{cases} x = 7 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad \text{và} \quad d' : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}.$$

- a) Chứng minh rằng d và d' đồng phẳng. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa chúng.
- b) Tính thể tích hình tứ diện giới hạn bởi $\text{mp}(P)$ và ba mặt phẳng tọa độ.
- c) Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện nói trên.

7. Cho hai đường thẳng :

$$d : \begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = 6 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad d' : \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 - t' \\ z = 2 - t' \end{cases}$$

- Chứng minh rằng d, d' chéo nhau và vuông góc với nhau.
 - Viết phương trình mp(P) đi qua d và vuông góc với d' , phương trình mp(Q) đi qua d' và vuông góc với d .
 - Viết phương trình chính tắc của đường vuông góc chung của d và d' .
8. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có phương trình :

$$(P) : 2x - y + z + 2 = 0 \quad \text{và} \quad (Q) : x + y + 2z - 1 = 0.$$

- Chứng minh rằng (P) và (Q) cắt nhau. Tìm góc giữa hai mặt phẳng đó.
- Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(1 ; 2 ; -3)$, song song với cả (P) và (Q).
- Viết phương trình mp(R) đi qua $B(-1 ; 3 ; 4)$, vuông góc với cả (P) và (Q).

9. Cho mặt cầu (S) có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.

- Tìm tọa độ tâm mặt cầu và tính bán kính mặt cầu.
- Tùy theo giá trị của k , hãy xét vị trí tương đối của mặt cầu (S) và mp(P) với

$$(P) : x + y - z + k = 0.$$

- Mặt cầu cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O . Viết phương trình mp(ABC).
 - Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm B .
 - Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (Q) có phương trình $4x + 3y - 12z - 1 = 0$.
10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Trên các tia AA', AB, AD (có chung gốc A), lần lượt lấy các điểm M, N, P khác A sao cho $AM = m, AN = n$ và $AP = p$.
- Tìm sự liên hệ giữa m, n và p sao cho mp(MNP) đi qua đỉnh C' của hình lập phương.
 - Trong trường hợp mp(MNP) luôn đi qua C' , hãy tìm thể tích bé nhất của tứ diện $AMNP$. Khi đó tứ diện $AMNP$ có tính chất gì ?

IV - Câu hỏi trắc nghiệm

- Cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là
(A) $(-2; -3; 4)$; (B) $(3; 4; 2)$;
(C) $(2; 3; 4)$; (D) $(-2; -3; -4)$.
- Cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; 0; -1)$, $C(0; -1; 2)$. Tam giác ABC là
(A) Tam giác cân đỉnh A ; (B) Tam giác vuông đỉnh A ;
(C) Tam giác đều; (D) Không phải như (A), (B), (C).
- Cho tam giác ABC có $A = (1; 0; 1)$, $B = (0; 2; 3)$, $C = (2; 1; 0)$. Độ dài đường cao của tam giác kẻ từ C là
(A) $\sqrt{26}$; (B) $\frac{\sqrt{26}}{2}$; (C) $\frac{\sqrt{26}}{3}$; (D) 26.
- Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1; 1; 1)$, $(2; 3; 4)$, $(6; 5; 2)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng
(A) $2\sqrt{83}$; (B) $\sqrt{83}$; (C) 83; (D) $\frac{\sqrt{83}}{2}$.
- Cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ và $D(-2; 1; -1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ là
(A) 1; (B) 2; (C) $\frac{1}{3}$; (D) $\frac{1}{2}$.
- Cho $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$ và $D(1; 1; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D là
(A) 3; (B) 1; (C) 2; (D) $\frac{1}{2}$.
- Cho bốn điểm $A(1; 1; 1)$, $B(1; 2; 1)$, $C(1; 1; 2)$ và $D(2; 2; 1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tọa độ :
(A) $(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$; (B) $(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2})$;
(C) $(3; 3; 3)$; (D) $(3; -3; 3)$.

8. Bán kính của mặt cầu tâm $I(3; 3; -4)$, tiếp xúc với trục Oy bằng
- (A) 5 ; (B) 4 ;
(C) $\sqrt{5}$; (D) $\frac{5}{2}$.
9. Mặt cầu tâm $I(2; 1; -1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) có phương trình là
- (A) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$;
(B) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$;
(C) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$;
(D) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 2$.
10. Cho ba điểm $A(1; 1; 3)$, $B(-1; 3; 2)$ và $C(-1; 2; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là
- (A) $x + 2y + 2z - 3 = 0$; (B) $x - 2y + 3z - 3 = 0$;
(C) $x + 2y + 2z - 9 = 0$; (D) $x^2 + 2y + 2z + 9 = 0$.
11. Cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt phẳng (ABC) ?
- (A) $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$; (B) $6x + 3y + 2z - 6 = 0$;
(C) $6x + 3y + 2z + 6 = 0$; (D) $12x + 6y + 4z - 12 = 0$.
12. Cho hai điểm $A(1; 3; -4)$ và $B(-1; 2; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là
- (A) $4x + 2y - 12z - 17 = 0$; (B) $4x + 2y + 12z - 17 = 0$;
(C) $4x - 2y - 12z - 17 = 0$; (D) $4x - 2y + 12z + 17 = 0$.

13. Cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, a, b, c là những số dương thay đổi sao cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$. Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định có tọa độ là
- (A) $(1; 1; 1)$; (B) $(2; 2; 2)$;
 (C) $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$; (D) $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.
14. Cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 4y - 6z - 5 = 0$ và $(Q): x + 2y - 3z = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- (A) mp (Q) đi qua A và song song với (P) ;
 (B) mp (Q) không đi qua A và song song với (P) ;
 (C) mp (Q) đi qua A và không song song với (P) ;
 (D) mp (Q) không đi qua A và không song song với (P) .
15. Cho điểm $A(1; 2; -5)$. Gọi M, N, P là hình chiếu của A trên ba trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là
- (A) $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$; (B) $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$;
 (C) $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 0$; (D) $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} + 1 = 0$.
16. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + y + z) - 22 = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) tới mặt phẳng (P) là
- (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.
17. Mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C ; trọng tâm tam giác ABC là $G(-1; -3; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là
- (A) $x + y - z - 5 = 0$; (B) $2x - 3y - z - 1 = 0$;
 (C) $x + 3y - 2z + 1 = 0$; (D) $6x + 2y - 3z + 18 = 0$.

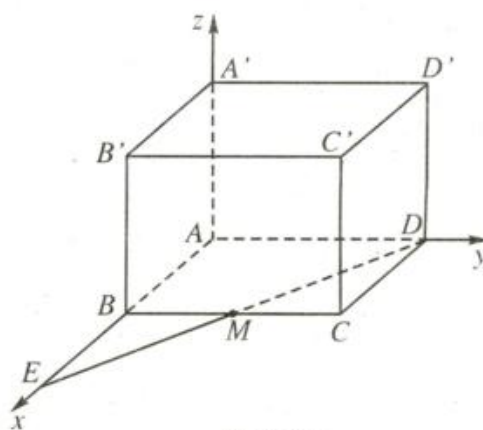
18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng $(A'MD)$.

Một học sinh làm như sau :

Bước 1. Chọn hệ trục tọa độ như hình 70. Kéo dài DM cắt AB tại E . Khi đó

$$A = (0; 0; 0), E = (2; 0; 0),$$

$$D = (0; 1; 0), A' = (0; 0; 1).$$



Hình 70

Bước 2. Viết phương trình mặt phẳng $(A'MD)$:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 2 = 0.$$

Bước 3. Khoảng cách $d(A, (A'MD)) = \frac{|-2|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{2}{3}$.

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai ở bước nào ?

- (A) Đúng ; (B) Sai ở bước 1 ;
 (C) Sai ở bước 2 ; (D) Sai ở bước 3.
19. Cho hai điểm $A(1; -1; 5)$ và $B(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với Oy có phương trình là
- (A) $4x - z + 1 = 0$; (B) $4x + y - z + 1 = 0$;
 (C) $2x + z - 5 = 0$; (D) $y + 4z - 1 = 0$.
20. Mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $A(2; -3; 5)$ có phương trình là
- (A) $2x + 3y = 0$; (B) $2x - 3y = 0$;
 (C) $3x + 2y = 0$; (D) $3x - 2y + z = 0$.

21. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - y - 1 = 0$. Điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O trên một mặt phẳng (Q) . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- (A) 30° ; (B) 45° ; (C) 60° ; (D) 90° .

22. Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = z+3$.

Phương trình mặt phẳng (A, d) là

- (A) $23x + 17y - z + 14 = 0$; (B) $23x - 17y - z + 14 = 0$;
 (C) $23x + 17y + z - 60 = 0$; (D) $23x - 17y + z - 14 = 0$.

23. Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t. \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) d_1, d_2 cắt nhau; (B) d_1, d_2 trùng nhau;
 (C) $d_1 // d_2$; (D) d_1, d_2 chéo nhau.

24. Cho mặt phẳng $(\alpha): x + 3y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - 3t. \end{cases}$

Tọa độ giao điểm A của d và (α) là

- (A) $A(3; 0; 4)$; (B) $A(3; -4; 0)$;
 (C) $A(-3; 0; 4)$; (D) $A(3; 0; -4)$.

25. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t. \end{cases}$

Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của đường thẳng d ?

$$(A) \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -t \\ z = 3 + t; \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t; \end{cases}$$

$$(C) \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t; \end{cases}$$

$$(D) \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

26. Cho hai điểm $A(2; 3; -1)$, $B(1; 2; 4)$ và ba phương trình sau :

$$(I) \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t; \end{cases}$$

$$(II) \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-5};$$

$$(III) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 5t. \end{cases}$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- (A) Chỉ có (I) là phương trình của đường thẳng AB ;
- (B) Chỉ có (III) là phương trình của đường thẳng AB ;
- (C) Chỉ có (I) và (II) là phương trình của đường thẳng AB ;
- (D) Cả (I), (II) và (III) đều là phương trình của đường thẳng AB .

27. Cho ba điểm $A(1; 3; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(1; 1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mp(ABC).

Một học sinh làm như sau :

$$\text{Bước 1. Toạ độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ là } \begin{cases} x_G = \frac{1+1+1}{3} = 1 \\ y_G = \frac{3+2+1}{3} = 2 \\ z_G = \frac{2+1+3}{3} = 2. \end{cases}$$

Bước 2. Vectơ pháp tuyến của mp(ABC) là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-3; 1; 0)$.

Bước 3. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2. \end{cases}$$

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai ở bước nào ?

- (A) Đúng ; (B) Sai ở bước 1 ;
(C) Sai ở bước 2 ; (D) Sai ở bước 3.

28. Gọi d là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với trục Ox và vuông

góc với đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 - 3t. \end{cases}$

Phương trình của d là

- (A) $\begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = -t ; \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3t \\ z = -t ; \end{cases}$
(C) $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1} ;$ (D) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3t \\ z = t. \end{cases}$

29. Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y - z + 3 = 0$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- (A) d song song với (P) ; (B) d cắt (P) ;
(C) d vuông góc với (P) ; (D) d nằm trên (P) .

30. Cho điểm $A(1 ; 1 ; 1)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$

Hình chiếu của A trên d có tọa độ là

- (A) $(2 ; -3 ; 1)$; (B) $(2 ; -3 ; -1)$;
(C) $(2 ; 3 ; 1)$; (D) $(-2 ; 3 ; 1)$.

31. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$, $B(1; 1; 0)$, $C(0; 1; 0)$ và $D(0; 0; 2)$.

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD .

Một học sinh làm như sau :

Bước 1. $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0)$, $\overrightarrow{BD} = (-1; -1; 2)$, $\overrightarrow{AB} = (0; 1; 0)$.

Bước 2. $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}] = (2; 2; 2)$.

Bước 3. $d(AC, BD) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}]|}{\|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}]\|} = \frac{2}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai ở bước nào ?

- (A) Đúng ; (B) Sai ở bước 1 ;
 (C) Sai ở bước 2 ; (D) Sai ở bước 3.

32. Cho $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 1$, $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$. Góc giữa vectơ \vec{v} và vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ bằng

- (A) 30° ; (B) 45° ; (C) 60° ; (D) 90° .

33. Cho $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$, $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$. Độ dài vectơ $[\vec{u}, \vec{v}]$ bằng

- (A) 10 ; (B) 5 ; (C) 8 ; (D) $5\sqrt{3}$.

34. Mặt phẳng $2x - 3y + z - 1 = 0$ cắt các trục toạ độ tại các điểm :

- (A) $(\frac{1}{2}; 0; 0)$, $(0; -\frac{1}{3}; 0)$, $(0; 0; 1)$;
 (B) $(1; 0; 0)$, $(0; \frac{1}{3}; 0)$, $(0; 0; 1)$;
 (C) $(\frac{1}{2}; 0; 0)$, $(0; \frac{1}{3}; 0)$, $(0; 0; 1)$;
 (D) $(\frac{1}{2}; 0; 0)$, $(0; -\frac{1}{3}; 0)$, $(0; 0; -1)$.

35. Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = -\frac{9}{5} - t \\ y = 5t \\ z = \frac{7}{5} + 3t \end{cases}$

và mặt phẳng $(P) : 3x - 2y + 3z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của d trên (P) .

Trong các vectơ sau, vectơ nào **không phải** là vectơ chỉ phương của d' ?

(A) $(5; -51; -39)$;

(B) $(10; -102; -78)$;

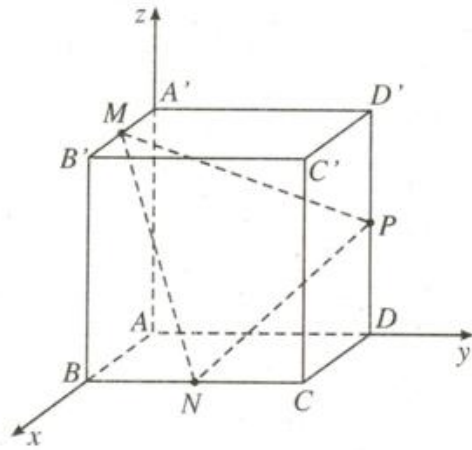
(C) $(-5; 51; 39)$;

(D) $(5; 51; 39)$.

36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $A'B', BC, DD'$. Chứng minh rằng $AC' \perp (MNP)$.

Một học sinh làm như sau :

Bước 1. Chọn hệ trục tọa độ như ở hình 71.



Hình 71

Khi đó $A = (0; 0; 0), C' = (1; 1; 1)$,

$$M = \left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), N = \left(1; \frac{1}{2}; 0\right), P = \left(0; 1; \frac{1}{2}\right).$$

Bước 2. $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; 1), \overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right), \overrightarrow{MP} = \left(-\frac{1}{2}; 1; -\frac{1}{2}\right)$.

Bước 3. $\begin{cases} \overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MP} = 0 \end{cases} \Rightarrow AC' \perp \text{mp}(MNP)$.

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai ở bước nào ?

(A) Đúng ;

(B) Sai ở bước 1 ;

(C) Sai ở bước 2 ;

(D) Sai ở bước 3.

37. Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Phương trình đường vuông góc chung của d và trục Ox là

(A) $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t; \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = t; \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 - t \\ z = t; \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t. \end{cases}$

38. Cho mặt phẳng $(P) : x - 2y - 3z + 14 = 0$ và điểm $M(1; -1; 1)$. Toạ độ của điểm M' đối xứng với M qua mp (P) là

(A) $(-1; 3; 7)$;

(B) $(1; -3; 7)$;

(C) $(2; -3; -2)$;

(D) $(2; -1; 1)$.

39. Cho điểm $A(0; -1; 3)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t. \end{cases}$

Khoảng cách từ A đến d bằng

(A) $\sqrt{3}$;

(B) $\sqrt{14}$;

(C) $\sqrt{6}$;

(D) $\sqrt{8}$.

40. Cho điểm $M(-1; 2; -3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là điểm đối xứng của M qua các mặt phẳng $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$. Phương trình mp $(M_1M_2M_3)$ là

(A) $6x + 2y + 3z + 6 = 0$;

(B) $6x - 2y + 3z + 6 = 0$;

(C) $6x - 3y + 2z + 6 = 0$;

(D) $6x - 3y - 2z + 6 = 0$.

41. Cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 49$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

(A) $6x + 2y + 3z = 0$;

(B) $2x + 3y + 6z - 5 = 0$;

(C) $6x + 2y + 3z - 55 = 0$;

(D) $x + 2y + 2z - 7 = 0$.

42. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Trong ba điểm $(0 ; 0 ; 0)$, $(1 ; 2 ; 3)$, $(2 ; -1 ; -1)$, có bao nhiêu điểm nằm trong mặt cầu (S) ?

(A) 0 ;

(B) 1 ;

(C) 2 ;

(D) 3.