§3. TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ

1.20. a) $m = 1$; b) $m = -1$; c) $m = 4$;

d) $m = -\frac{1}{3}$; e) $m = 0$; g) Không tồn tại ;

h) Mọi giá trị của m đều thoả mãn.

1.21. a) $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}|$ và $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng. Ta có $|m\vec{a}| = |m||\vec{a}|$, $|m\vec{b}| = |m||\vec{b}|$, do đó $|m\vec{a}| = |m\vec{b}|$.

$m\vec{a}$ và $m\vec{b}$ cùng hướng. Vậy $m\vec{a} = m\vec{b}$.

b) $m\vec{a} = m\vec{b} \Rightarrow |m\vec{a}| = |m\vec{b}| \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}|$ vì $m \neq 0$;

$m\vec{a}$ và $m\vec{b}$ cùng hướng $\Rightarrow \vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

Vậy $\vec{a} = \vec{b}$.

c) $m\vec{a} = n\vec{a} \Rightarrow |m\vec{a}| = |n\vec{a}| \Rightarrow |m| = |n|$ vì $\vec{a} \neq \vec{0}$;

$m\vec{a}$ và $n\vec{a}$ cùng hướng $\Rightarrow m$ và n cùng dấu.

Vậy $m = n$.

1.22. $\vec{a} + \vec{a} + ... + \vec{a} = (1 + 1 + ... + 1)\vec{a} = n\vec{a}$.

1.23. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GI} = \vec{0}$ (I là trung điểm của BC)

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GI}$.

Từ đó suy ra ba điểm A, G, I thẳng hàng, trong đó $GA = 2GI$, G nằm giữa A và I.

Vậy G là trọng tâm của tam giác ABC.

1.24. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC và $A'B'C'$. Ta có

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A'}$$

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'B'}$$

$$\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'C'}.$$

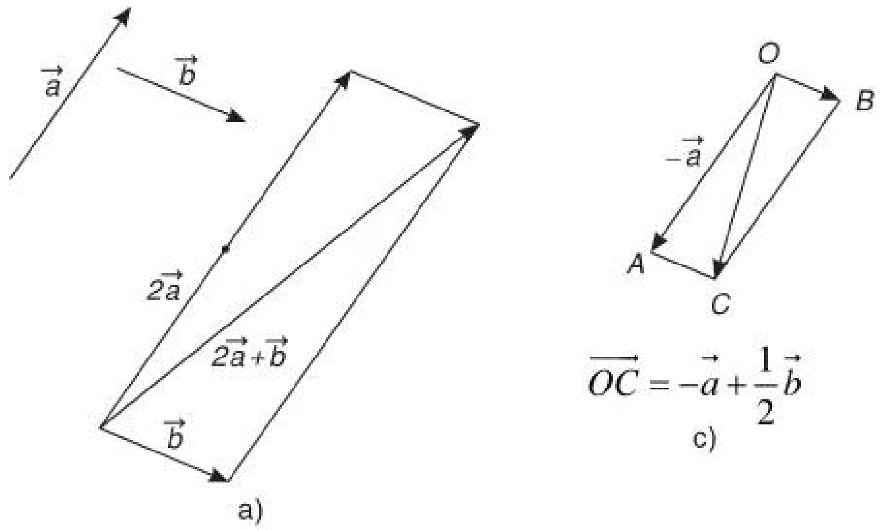
Cộng từng vế của ba đẳng thức trên ta được

$$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}.$$

Do đó, nếu $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$ thì $\overrightarrow{GG'} = \vec{0}$ hay $G \equiv G'$.

☞ ***Chú ý :*** Từ chứng minh trên cũng suy ra rằng nếu hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm thì $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$.

1.25. (Xem h.1.45)



Hình 1.45

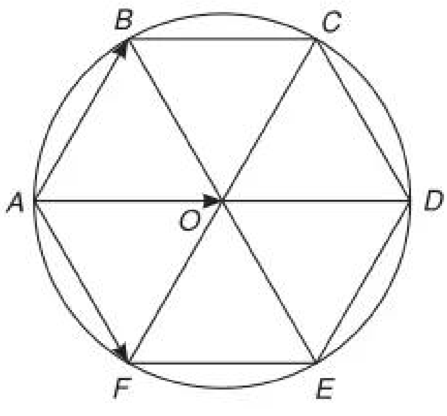
Hãy tự vẽ trường hợp $\vec{a} - 2\vec{b}$.

1.26. (Xem h.1.46)

a) $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}) = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AF}$.

b) $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \left|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right| = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}a\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Hình 1.46

1.27. (h.1.47) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC.

Ta có tứ giác $AFME$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$

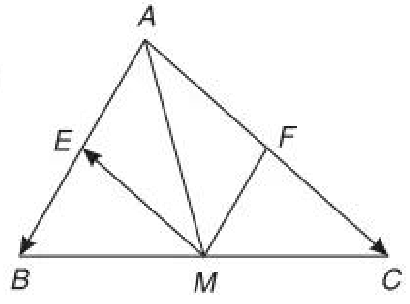
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

Có thể chứng minh cách khác như sau :

Vì M là trung điểm của BC nên $2\,\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

hay $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

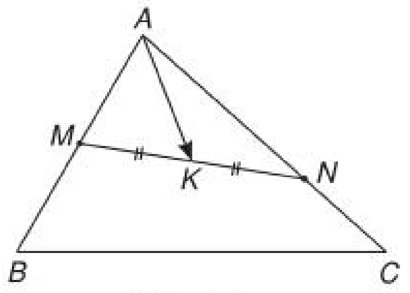


Hình 1.47

1.28. (h.1.48) $\overrightarrow{AK} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN})$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$



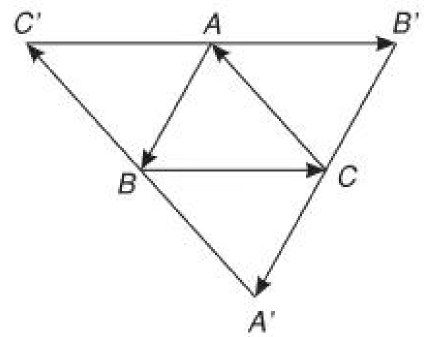
Hình 1.48

1.29. (Xem h.1.49)

a) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{CA} \Rightarrow$ tứ giác $ACBC'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{CB}$.

$\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BB} = \vec{0} \Rightarrow A$ là trung điểm của $B'C'$.

b) Vì tứ giác $ACBC'$ là hình bình hành nên CC' chứa trung tuyến của tam giác ABC xuất phát từ đỉnh C. Tương tự như vậy với AA', BB'. Do đó AA', BB', CC' đồng quy tại trọng tâm G của tam giác ABC.



Hình 1.49

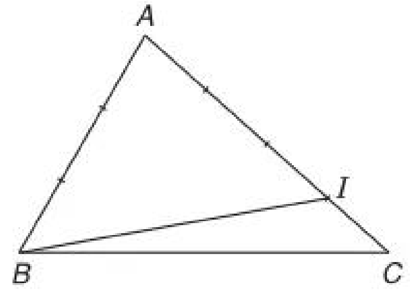
1.30. (Xem h.1.50)

a) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

b) $\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BI} = \dfrac{2}{3}\left(-\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}\right) = -\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Vậy $\overrightarrow{BJ} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BI}$. Suy ra ba điểm B, J, I thẳng hàng.

Học sinh tự dựng điểm J.

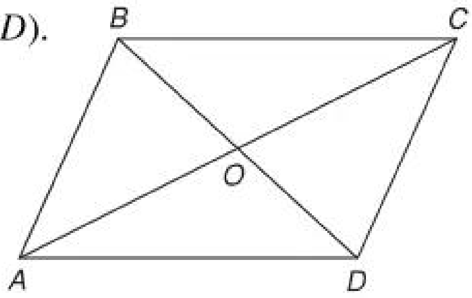


Hình 1.50

1.31. (h.1.51) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MO}$ (vì O là trung điểm của AC)

$\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{MO}$ (vì O là trung điểm của BD).

Vậy $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=4\overrightarrow{MO}$.



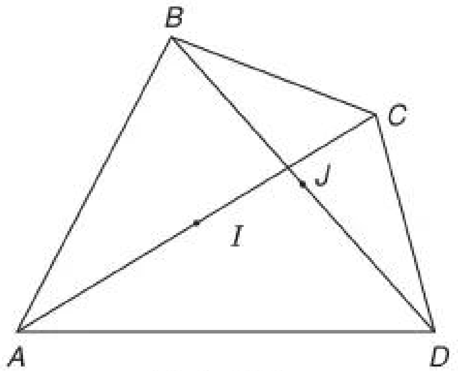
Hình 1.51

1.32. (h.1.52) $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}$

$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DJ}$.

Cộng từng vế hai đẳng thức trên ta được

$2\overrightarrow{IJ}=(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC})+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+(\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{DJ})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.



Hình 1.52

1.33. (h.1.53) Gọi G là trọng tâm của tam giác ANP. Khi đó $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GN}+\overrightarrow{GP}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GQ}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{GN}+\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{GP}+\overrightarrow{PQ}$

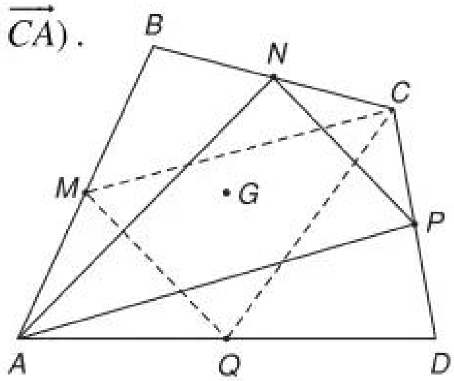
$=(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GN}+\overrightarrow{GP})+\overrightarrow{AC}+(\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{PQ})$

$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

(vì $\overrightarrow{NM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ nên $\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{CA}$).

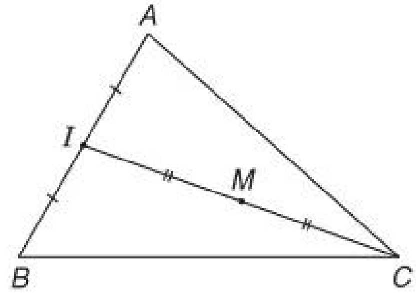
Vậy $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GQ}=\vec{0}$.

Suy ra G là trọng tâm của tam giác CMQ.



Hình 1.53

1.34. (Xem h.1.54)



Hình 1.54

a) $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{CB}$

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC}$

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow$ K là trọng tâm của tam giác ABC.

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow$ $2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ (I là trung điểm của AB)

hay $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow$ M là trung điểm của IC.

1.35. (Xem h.1.55)

a) Vì AD là đường kính của đường tròn tâm O nên $BD \perp AB$, $DC \perp AC$.

Ta có $CH \perp AB$, $BH \perp AC$ nên suy ra $CH \,//\, BD$ và $BH \,//\, DC$.

Vậy tứ giác $HCDB$ là hình bình hành.

b) Vì O là trung điểm của AD nên $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HD} = 2\overrightarrow{HO}$ (1)

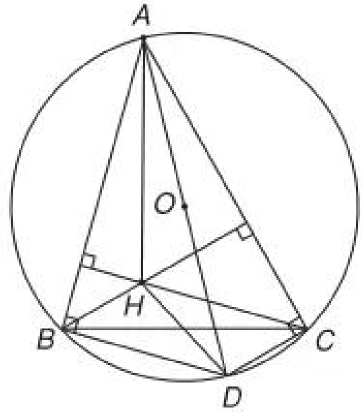
Vì tứ giác $HCDB$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$. Vậy từ (1) suy ra

$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$ (2)

Theo quy tắc ba điểm, từ (2) suy ra

$\overrightarrow{HO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{HO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{HO} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{HO}$.

Vậy $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$. (3)



Hình 1.55

c) G là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.

Từ (3) suy ra $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$. Vậy ba điểm O, H, G thẳng hàng.

Trong một tam giác trực tâm H, trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O thẳng hàng.

§4. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ

1.36. $\vec{a} = (2\ ;\ 3)$, $\vec{b} = \left(\frac{1}{3};-5\right)$, $\vec{c} = (3\ ;\ 0)$, $\vec{d} = (0\ ;\ -2)$.

1.37. $\vec{u} = (2\ ;\ -3) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$

$\vec{u} = (-1\ ;\ 4) \Rightarrow \vec{u} = -\vec{i} + 4\vec{j}$

$\vec{u} = (2\ ;\ 0) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{i}$

$\vec{u} = (0\ ;\ -1) \Rightarrow \vec{u} = -\vec{j}$

$\vec{u} = (0\ ;\ 0) \Rightarrow \vec{u} = 0\vec{i} + 0\vec{j} = \vec{0}.$

1.38. $\vec{x} = (1\ ;\ 1)$, $\vec{y} = (1\ ;\ -5)$, $\vec{z} = (3\ ;\ -18)$.

1.39. a) $\vec{a}$, $\vec{b}$ ngược hướng ;

b) $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng hướng ;

c) $\vec{m}$, $\vec{n}$ cùng hướng ;

d) $\vec{c}$, $\vec{d}$ không cùng phương ;

e) $\vec{e}$, $\vec{f}$ không cùng phương.

1.40. a) $\overrightarrow{AB} = (2\ ;\ -2)$, $\overrightarrow{AC} = (4\ ;\ -4)$.

Vậy $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow$ ba điểm A, B, C thẳng hàng.

b) $\overrightarrow{AB} = (2\ ;\ 1)$, $\overrightarrow{AC} = (m + 3\ ;\ 2m)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \dfrac{m+3}{2} = \dfrac{2m}{1} \Leftrightarrow m = 1.$

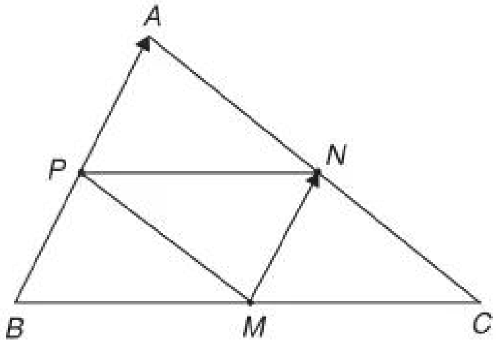
1.41. $\overrightarrow{AB} = (5\ ;\ 10)$, $\overrightarrow{CD} = (-4\ ;\ -8)$. Ta có $\overrightarrow{CD} = -\dfrac{4}{5}\overrightarrow{AB}$, vậy hai đường thẳng AB và CD song song hoặc trùng nhau.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (2\ ;\ 6)$ và $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương vì $\dfrac{5}{2} \neq \dfrac{10}{6}\cdot$

Vậy $AB \,//\, CD$.

1.42. (h.1.56) $\overrightarrow{MN} = (1\ ;\ 2)$

$\overrightarrow{PA} = (x_A ; y_A + 4)$.



Hình 1.56

Vì $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN}$ suy ra $\begin{cases} x_A = 1 \\ y_A + 4 = 2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = 1 \\ y_A = -2. \end{cases}$$

Tương tự, ta tính được $\begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = -6 \end{cases}$ và $\begin{cases} x_C = 3 \\ y_C = 8. \end{cases}$

Vậy toạ độ các đỉnh của tam giác là $A(1\ ;\ -2)$, $B(-1\ ;\ -6)$ và $C(3\ ;\ 8)$.

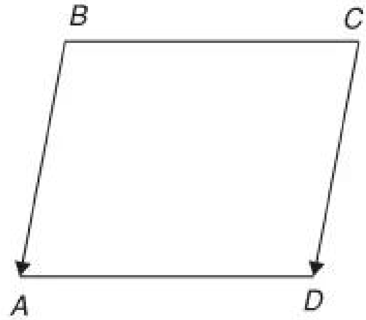
1.43. (h.1.57) $\overrightarrow{BA} = (-2\ ;\ -8)$

$\overrightarrow{CD} = (x_D ; y_D + 1)$. Vì $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ nên

$\begin{cases} x_D = -2 \\ y_D + 1 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = -9. \end{cases}$

Vậy toạ độ đỉnh D là $(-2\ ;\ -9)$.

Nhận xét : Ta có thể tính toạ độ đỉnh D dựa vào biểu thức $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.



Hình 1.57

1.44. (h.1.58) Gọi I là trung điểm của AC.

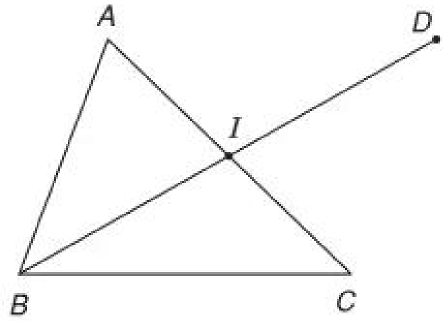
$x_I = \dfrac{-5+4}{2} = -\dfrac{1}{2}$; $y_I = \dfrac{6+3}{2} = \dfrac{9}{2}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow I$ là trung điểm của BD.

Vậy $\begin{cases} \dfrac{x_D - 4}{2} = -\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{y_D - 1}{2} = \dfrac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D - 4 = -1 \\ y_D - 1 = 9 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 10. \end{cases}$$

Vậy toạ độ đỉnh D là $(3\ ;\ 10)$.

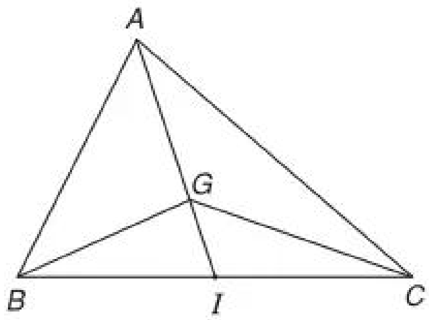


Hình 1.58

1.45. (h.1.59) a) $x_G = \dfrac{-3+9-5}{3} = \dfrac{1}{3}$;

$$y_G = \frac{6-10+4}{3} = 0$$

b) Tứ giác $BGCD$ là hình bình hành thì toạ độ điểm D là $D\left(\dfrac{11}{3} ; -6\right)$.



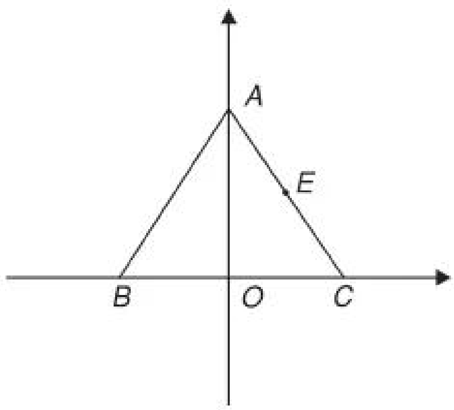
Hình 1.59

1.46. (Xem h.1.60)

a) $A\left(0 ; \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\dfrac{a}{2} ; 0\right), C\left(\dfrac{a}{2} ; 0\right)$

b) $E\left(\dfrac{a}{4} ; \dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

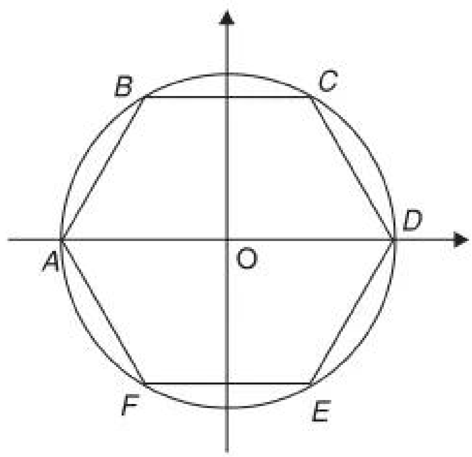
c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm của tam giác $G\left(0 ; \dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)$.



Hình 1.60

1.47. (h.1.61) $A(-6 ; 0)$, $D(6 ; 0)$, $B(-3 ; 3\sqrt{3})$, $C(3 ; 3\sqrt{3})$, $F(-3 ; -3\sqrt{3})$, $E(3 ; -3\sqrt{3})$.

Người ta có thể nhận xét về tính đối xứng của các đỉnh qua tâm O hoặc qua các trục Ox, Oy để tìm toạ độ các đỉnh của lục giác đều.



Hình 1.61

ÔN TẬP CHƯƠNG I

I- CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1.48. (Xem h.1.62)

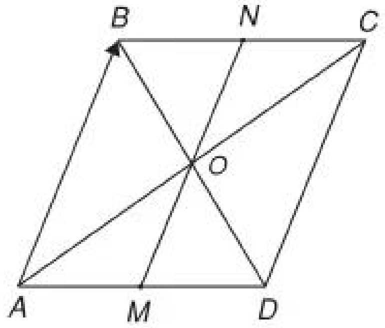
a) Hai vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{MO}$, $\overrightarrow{CD}$;

Hai vectơ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{ON}$, $\overrightarrow{DC}$;

Hai vectơ ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{NO}$.

b) Vectơ bằng $\overrightarrow{MO}$ là $\overrightarrow{ON}$;

Vectơ bằng $\overrightarrow{OB}$ là $\overrightarrow{DO}$.



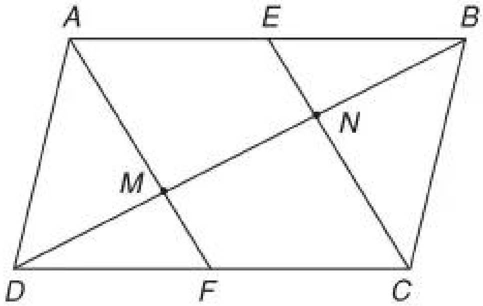
Hình 1.62

1.49. (h.1.63) $AECF$ là hình bình hành $\Rightarrow EN \,//\, AM$.

E là trung điểm của $AB \Rightarrow N$ là trung điểm của BM, do đó $MN = NB$.

Tương tự, M là trung điểm của DN, do đó $DM = MN$.

Vậy $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$.



Hình 1.63

1.50. (h.1.64) $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG}$

$\Rightarrow$ tứ giác $FEHG$ là hình bình hành

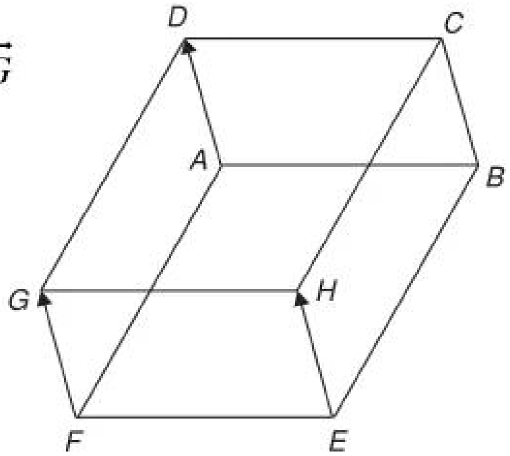
$\Rightarrow \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{FE}$. (1)

Ta có $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FE}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FE}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{DC}$.

Vậy tứ giác $GHCD$ là hình bình hành.



Hình 1.64

1.51. a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DD} = \vec{0}$.

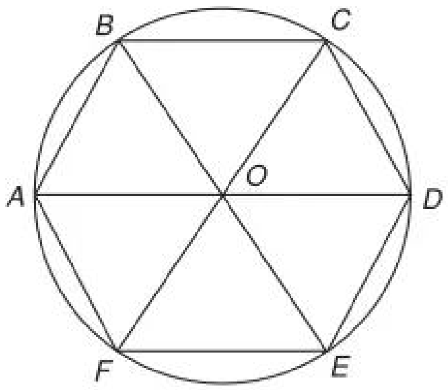
1.52. (h.1.65) Gọi O là tâm lục giác đều. Khi đó O là trọng tâm của các tam giác đều ACE và BDF.

Do đó, với mọi điểm M ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} = 3\overrightarrow{MO}$$

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} = 3\overrightarrow{MO}$$

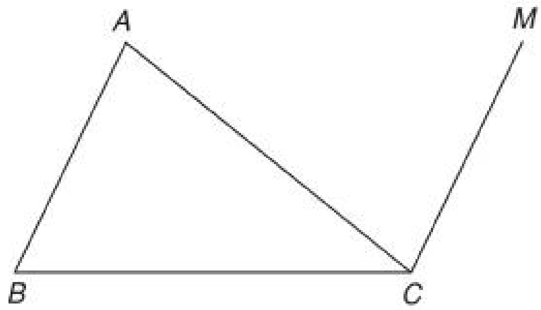
Vậy ta có đẳng thức cần chứng minh.



Hình 1.65

1.53. (h.1.66) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CM}$.

M là đỉnh của hình bình hành $ABCM$.

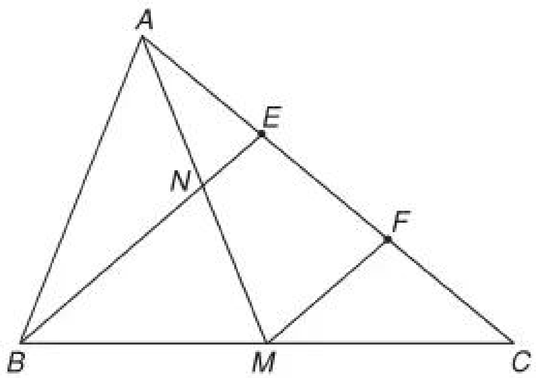


Hình 1.66

1.54. (h.1.67) Ta có $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC}$.

Vì MF // BE nên N là trung điểm của AM, suy ra $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MN} = \vec{0}$.

Do đó $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AC}$.

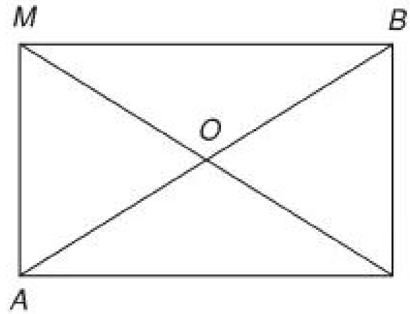


Hình 1.67

1.55. (h.1.68) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MO} \Rightarrow \left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right| = 2MO$.

$\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BA} \Rightarrow \left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right| = AB$.

Vậy $2MO = AB$ hay $OM = \dfrac{1}{2}AB$.



Hình 1.68

☞ ***Chú ý.*** Tập hợp các điểm M có tính chất $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ là đường tròn đường kính AB.

1.56. $\vec{v}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$

$= 2\overrightarrow{ME}-2\overrightarrow{MC}$ (E là trung điểm cạnh AB)

$= 2(\overrightarrow{ME}-\overrightarrow{MC})=2\overrightarrow{CE}$.

Vậy $\vec{v}$ không phụ thuộc vị trí của điểm M.

$\overrightarrow{CD}=\vec{v}=2\overrightarrow{CE}$ thì E là trung điểm của CD. Vậy ta xác định được điểm D.

1.57. (Xem h.1.69)

a) $3\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB} = 3(\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MC})-(\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MB})$

$= (3\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OM})+(3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}) = 2\overrightarrow{OM}$.

b) Gọi S, Q và R lần lượt là trung điểm của BC, CA và AB.

$\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC} \Rightarrow \overrightarrow{CM}=\overrightarrow{SC}$

$\overrightarrow{NC}=3\overrightarrow{NA} \Rightarrow \overrightarrow{AN}=\overrightarrow{CQ}$

$\overrightarrow{PA}=3\overrightarrow{PB} \Rightarrow \overrightarrow{BP}=\overrightarrow{RB}=\overrightarrow{QS}$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Ta có

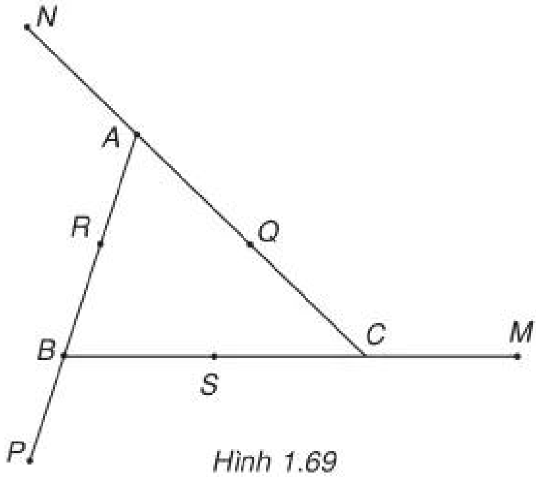
$\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}+\overrightarrow{GP} =$

$= \overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BP}$

$= (\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})+(\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{CQ}+\overrightarrow{QS})$

$= \vec{0}+\vec{0}=\vec{0}$.

Vậy G là trọng tâm của tam giác MNP.



Hình 1.69