ÔN TẬP CHƯƠNG I

I- CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1.48. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Dựa vào các điểm A, B, C, D, O, M, N đã cho, hãy :

a) Kể tên hai vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$, hai vectơ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$, hai vectơ ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$ (các vectơ kể ra này đều khác $\vec{0}$).

b) Chỉ ra một vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{MO}$, một vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{OB}$.

1.49. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD. Nối AF và CE, hai đường này cắt đường chéo BD lần lượt tại M và N. Chứng minh $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$.

1.50. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ với A, D, F không thẳng hàng. Dựng các vectơ $\overrightarrow{EH}$ và $\overrightarrow{FG}$ bằng vectơ $\overrightarrow{AD}$. Chứng minh tứ giác $CDGH$ là hình bình hành.

1.51. Cho bốn điểm A, B, C, D. Tìm các vectơ :

a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$; b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$.

1.52. Cho lục giác đều $ABCDEF$ và M là một điểm tuỳ ý. Chứng minh rằng :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF}.$$

1.53. Cho tam giác ABC. Tìm điểm M thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

1.54. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Trên cạnh AC lấy hai điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$. BE cắt trung tuyến AM tại N. Tính $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MN}$.

1.55. Cho hai điểm A và B. Điểm M thoả mãn điều kiện $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$. Chứng minh rằng $OM = \dfrac{1}{2}AB$, trong đó O là trung điểm của AB.

1.56. Cho tam giác ABC và một điểm M tuỳ ý. Chứng minh rằng vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M. Hãy xác định điểm D sao cho $\overrightarrow{CD} = \vec{v}$.

1.57. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P là những điểm được xác định như sau :

$$\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC},\ \overrightarrow{NC} = 3\overrightarrow{NA},\ \overrightarrow{PA} = 3\overrightarrow{PB}.$$

a) Chứng minh $2\overrightarrow{OM} = 3\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$ với mọi điểm O.

b) Chứng minh hai tam giác ABC và MNP có cùng trọng tâm.

1.58. Cho hình vuông $ABCD$, E là trung điểm của CD. Hãy phân tích $\overrightarrow{AE}$ theo hai vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AD},\ \vec{v} = \overrightarrow{AB}$.

1.59. Cho các điểm A, B, C trên trục $(O\ ;\ \vec{e})$ có toạ độ lần lượt là 5 ; –3 ; –4. Tính độ dài đại số của $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BA},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BC}$.

1.60. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8$, $BD = 6$. Chọn hệ toạ độ $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$ sao cho $\vec{i}$ và $\overrightarrow{OC}$ cùng hướng, $\vec{j}$ và $\overrightarrow{OB}$ cùng hướng.

a) Tìm toạ độ các đỉnh của hình thoi ;

b) Tìm toạ độ trung điểm I của BC và trọng tâm của tam giác ABC ;

c) Tìm toạ độ điểm đối xứng I' của I qua tâm O. Chứng minh A, I', D thẳng hàng ;

d) Tìm toạ độ của vectơ $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{BC}$.

II- ĐỀ TOÁN TỔNG HỢP

1.61. Cho các điểm $A'(–4\ ;\ 1)$, $B'(2\ ;\ 4)$ và $C'(2\ ;\ –2)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA và AB của tam giác ABC.

a) Tính toạ độ các đỉnh của tam giác ABC ;

b) Chứng minh rằng các trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$ trùng nhau.

1.62. Cho $\vec{a} = (2\ ;\ –2)$ và $\vec{b} = (1\ ;\ 4)$.

a) Tính toạ độ các vectơ $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + 3\vec{b}$;

b) Hãy phân tích vectơ $\vec{c} = (5\ ;\ 0)$ theo hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

1.63. Cho $\vec{a} = (2\ ;\ 1)$, $\vec{b} = (3\ ;\ –4)$, $\vec{c} = (–7\ ;\ 2)$.

a) Tìm toạ độ của vectơ $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$;

b) Tìm toạ độ vectơ $\vec{x}$ sao cho : $\vec{x} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$;

c) Tìm các số k và h sao cho : $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$.

1.64. Cho tam giác đều ABC có O là trọng tâm và M là một điểm tuỳ ý trong tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M đến BC, AC, AB. Chứng minh rằng :

$$\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}.$$

1.65. Cho lục giác $ABCDEF$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DE, EF, FA. Chứng minh rằng hai tam giác MPR và NQS có cùng trọng tâm.

1.66. Cho tam giác ABC. Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ$, $BCPQ$, $CARS$. Chứng minh rằng :

$$\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}.$$

1.67. Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ đều là 100N và $\widehat{AMB} = 60^\circ$.

a) Đặt $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$. Tính độ dài của đoạn ME ;

b) Tìm cường độ và hướng của lực $\overrightarrow{F_3}$.

1.68. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P và Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD và DA. Chứng minh rằng :

a) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$;

b) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ}$.

1.69. Xét xem ba điểm sau có thẳng hàng không ?

a) $A(2 ; -3)$, $B(5 ; 1)$ và $C(8 ; 5)$;

b) $M(1 ; 2)$, $N(3 ; 6)$ và $P(4 ; 5)$.

1.70. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

a) Với điểm M tuỳ ý, hãy chứng minh :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} ;$$

b) Chứng minh rằng : $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right|$.

1.71. Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của BC, K là trung điểm của BI. Chứng minh rằng :

a) $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AI}$;

b) $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

1.72. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác đều OAB có cạnh bằng 2, AB song song với Ox, điểm A có hoành độ và tung độ dương.

a) Tìm toạ độ hai đỉnh A và B ;

b) Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác OAB.

III- ĐỀ KIỂM TRA

Đề 1 *(45 phút)*

Câu 1. (*3 điểm*) Cho hình bình hành $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O. Hãy thực hiện các phép toán sau :

a) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO}$;

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$;

c) $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$.

Câu 2. (*3 điểm*) Trong mặt phẳng toạ độ $(O ; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. Tìm toạ độ của các vectơ sau :

a) $\vec{a} = 2\overrightarrow{e_1} + 3\overrightarrow{e_2}$;

b) $\vec{b} = 5\overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2}$;

c) $\overrightarrow{m} = -4\overrightarrow{e_2}$.

Câu 3. (*3 điểm*) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a) Vectơ $\vec{a} = (-2 ; 0)$ và vectơ $\overrightarrow{e_1}$ ngược hướng ;

b) Hai vectơ $\vec{a} = (2 ; 1)$ và $\vec{b} = (-2 ; -1)$ là hai vectơ đối nhau ;

c) Hai vectơ $\vec{a} = (4 ; 3)$ và $\vec{b} = (3 ; 4)$ là hai vectơ đối nhau.

Câu 4. (*1 điểm*) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1\ ;\ -2)$, $B(3\ ;\ 2)$, $C(-4\ ;\ 1)$. Tìm toạ độ đỉnh D.

Đề 2 *(45 phút)*

Câu 1. (*3 điểm*) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho điểm $M(4\ ;\ 3)$. Tìm toạ độ của các điểm A, B, C trong các trường hợp sau :

a) A đối xứng với M qua trục Ox ;

b) B đối xứng với M qua trục Oy ;

c) C đối xứng với M qua gốc O.

Câu 2. (*3 điểm*) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, các khẳng định sau đúng hay sai ?

a) Toạ độ của điểm A chính là toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$;

b) Điểm M nằm trên trục hoành thì có hoành độ bằng 0 ;

c) Điểm N nằm trên trục tung thì có hoành độ bằng 0.

Câu 3. (*3 điểm*) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{u} = (3\ ;\ -4)$ và $\vec{v} = (2\ ;\ 5)$.

a) Tìm toạ độ của vectơ $\vec{a} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$;

b) Tìm toạ độ của vectơ $\vec{b} = \vec{u} - \vec{v}$;

c) Tìm m sao cho $\vec{c} = (m\ ;\ 10)$ và $\vec{v}$ cùng phương.

Câu 4. (*1 điểm*) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho ba điểm $A(1\ ;\ 2)$, $B(-2\ ;\ 4)$ và $C(2\ ;\ m)$. Hãy tìm m để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Đề 3 *(45 phút)*

Câu 1. (*3 điểm*) Cho tam giác ABC. Gọi D là điểm xác định bởi : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$;

I là trung điểm của BD ; M là điểm thoả mãn $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$, $(x \in \mathbb{R})$.

a) Tính $\overrightarrow{AI}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$;

b) Tính $\overrightarrow{AM}$ theo x, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$;

c) Tìm x sao cho A, I, M thẳng hàng.

Câu 2. (*3 điểm*) Cho hình thang *ABCD* (*AB* // *CD*). Gọi *O* là giao điểm của hai cạnh bên *AD* và *BC*. Gọi *I*, *J* lần lượt là trung điểm của *AB*, *CD*.

a) Tính $\overrightarrow{OI}$ theo $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$;

b) Đặt $k = \frac{OD}{OA}$. Tính $\overrightarrow{OJ}$ theo k, $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$. Suy ra *O*, *I*, *J* thẳng hàng.

Câu 3. (*3 điểm*) Cho tam giác *ABC* cố định.

a) Xác định điểm *I* sao cho : $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$;

b) Lấy điểm *M* di động. Vẽ điểm *N* sao cho : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$. Chứng minh rằng *MN* luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 4. (*1 điểm*) Trong mặt phẳng (P) cho tam giác *ABC*. *M* là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (P). Chứng minh rằng biểu thức : $\vec{u} = 3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm *M*.