

## ÔN TẬP CHƯƠNG II

### I- CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

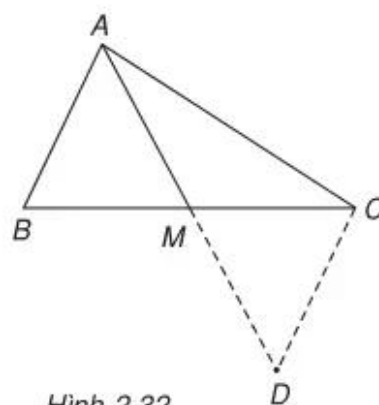
**2.45.** (h.2.32) Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$  ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD}.$$

Mặt khác  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ . Theo giả thiết ta có :

$$|2\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AD}| \text{ hay } AM = \frac{BC}{2}.$$

Ta suy ra  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ .



Hình 2.32

**2.46.** Theo giả thiết ta có :

$$(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{AC}^2 = 0.$$

Ta suy ra  $ABC$  là tam giác có  $AB = AC$  (tam giác cân tại  $A$ ).

- 2.47. a)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 49 + 100 - 140 \cos 56^\circ 29'$   
 $\Rightarrow c^2 \approx 71,7$  hay  $c \approx 8,47$  ;  
 b)  $b \approx 4,43$  ;  
 c)  $a \approx 11,63$ .

2.48. Ta có  $\hat{A} = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$ .

Đặt  $AC = b, AB = c$ . Theo định lí sin :

$$\frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{a}{\sin 75^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ}. \text{ Ta suy ra :}$$

$$AC = b = \frac{a\sqrt{3}}{2 \sin 75^\circ} \approx \frac{a\sqrt{3}}{1,93} \approx 0,897a,$$

$$AB = c = \frac{a\sqrt{2}}{2 \sin 75^\circ} \approx \frac{a\sqrt{2}}{1,93} \approx 0,732a.$$

2.49. Ta có  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 20^2 + 35^2 - 20 \cdot 35 = 925$ .

Vậy  $a \approx 30,41$ .

a) Từ công thức  $S = \frac{1}{2}ah_a$  ta có  $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{bc \sin A}{a}$

$$\Rightarrow h_a \approx \frac{20 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{30,41} \approx 19,93.$$

b) Từ công thức  $\frac{a}{\sin A} = 2R$  ta có  $R = \frac{a}{\sqrt{3}} \approx \frac{30,41}{\sqrt{3}} \approx 17,56$ .

c) Từ công thức  $S = pr$  với  $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$  ta có :

$$r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{bc \sin A}{a+b+c} \approx 7,10.$$

2.50. Ta có  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\Rightarrow b^2 - c^2 = c^2 - b^2 + 2a(b \cos C - c \cos B)$$

$$\Rightarrow 2(b^2 - c^2) = 2a(b \cos C - c \cos B)$$

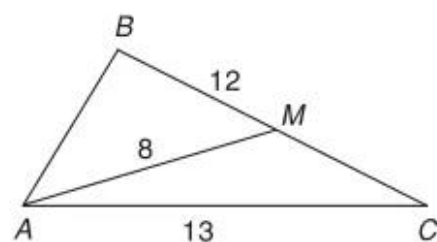
$$\text{hay } b^2 - c^2 = a(b \cos C - c \cos B).$$

2.51. (h.2.33) Theo công thức Hê-rông ta có :

$$S_{AMC} = \sqrt{\frac{27}{2} \left( \frac{27}{2} - 13 \right) \left( \frac{27}{2} - 6 \right) \left( \frac{27}{2} - 8 \right)}$$

$$= \frac{9\sqrt{55}}{4}.$$

$$S_{ABC} = 2S_{AMC} = \frac{9\sqrt{55}}{2}.$$



Hình 2.33

Mặt khác ta có  $AM^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$  hay  $2AM^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$ .

Do đó  $AB^2 = c^2 = 2AM^2 - b^2 + \frac{a^2}{2} = 2.64 - 169 + 72 = 31$

$$\Rightarrow c = \sqrt{31}.$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{144 + 31 - 169}{24\sqrt{31}} \approx 0,045 \Rightarrow \hat{B} \approx 87^\circ 25'.$$

2.52. Tam giác ABC có ba cạnh là  $BC = 14$ ,  $CA = 18$ ,  $AB = 20$ , ta cần tìm các góc  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ .

Ta có  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{18^2 + 20^2 - 14^2}{2.18.20} \approx 0,7333$

$$\Rightarrow \hat{A} \approx 42^\circ 50'.$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{14^2 + 20^2 - 18^2}{2.14.20} \approx 0,4857$$

$$\Rightarrow \hat{B} \approx 60^\circ 56'.$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) \approx 76^\circ 14'.$$

2.53. Tam giác ABC có cạnh  $c = AB = 14$  và có  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $\hat{B} = 40^\circ$ . Ta có  $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 80^\circ$ , cần tìm  $a$  và  $b$ . Theo định lí sin :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ ta suy ra } a = \frac{c \sin A}{\sin C} = \frac{7\sqrt{3}}{\sin 80^\circ} \approx 12,31$$

$$b = \frac{c \sin B}{\sin C} = \frac{14 \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 9,14.$$

2.54. Theo định lí côsin ta có :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = (49,4)^2 + (26,4)^2 - 2 \cdot 49,4 \cdot 26,4 \cdot \cos 47^\circ 20'$$

$$\approx 1369,5781.$$

$$\text{Vậy } c = \sqrt{1369,5781} \approx 37.$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \approx \frac{(26,4)^2 + (37)^2 - (49,4)^2}{2 \cdot 26,4 \cdot 37} \approx -0,1916$$

Ta suy ra  $\hat{A} \approx 101^\circ 3'$ .

$$\hat{B} \approx 180^\circ - (101^\circ 3' + 47^\circ 20') = 31^\circ 37'.$$

## II- ĐỀ TOÁN TỔNG HỢP

2.55. a)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \cdot AD \cdot \cos DAB = 3a \cdot 5a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{15a^2}{2}$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB})(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = AD^2 - AB^2 = 16a^2.$$

b)  $\overrightarrow{BD}^2 = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})^2 = AD^2 + AB^2 - 2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 49a^2 \Rightarrow BD = 7a.$

$ABCD$  là hình bình hành nên :  $BC = AD = 5a$  ;

$$\widehat{BAD} + \widehat{ABC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ.$$

Áp dụng định lí hàm số côsin trong tam giác  $ABC$ , ta được :

$$AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2BC \cdot AB \cdot \cos ABC = 19a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{19}.$$

Áp dụng định lí hàm số sin trong tam giác  $ABC$ , ta được :

$$R = \frac{AC}{2 \sin ABC} = \frac{a\sqrt{19}}{2 \sin 60^\circ} = a \frac{\sqrt{57}}{3}.$$

2.56. a) Gọi  $H(x; y)$ . Ta có :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AH} &= (x+5; y-6) & \text{và} & \overrightarrow{BC} = (8; 4) \\ \overrightarrow{CH} &= (x-4; y-3) & \overrightarrow{AB} &= (1; -7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H \text{ là trực tâm tam giác } ABC &\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x+5) + 4(y-6) = 0 \\ (x-4) - 7(y-3) = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy  $H(-3; 2)$ .

b) Vì  $M$  thuộc trục  $Oy$  nên  $M(0; y)$ .

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , ta có tọa độ điểm  $G$  là  $\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$  và

$$\begin{aligned}
 d &= |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \\
 &= |3\overrightarrow{MG}| \\
 &= 3|\overrightarrow{MG}|.
 \end{aligned}$$

$d$  đạt giá trị nhỏ nhất  $\Leftrightarrow MG \perp Oy \Leftrightarrow y = y_G \Leftrightarrow y = \frac{8}{3}$ .

Vậy  $M(0; \frac{8}{3})$ .

**2.57.**  $A(2; 4), B(3; 1), C(-1; 1)$ .

a) Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là :

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{4}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \end{cases} \text{ . Vậy } G\left(\frac{4}{3}; 2\right).$$

\* Gọi  $H(x; y)$ , ta có :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AB} &= (1; -3); & \overrightarrow{BC} &= (-4; 0); \\
 \overrightarrow{CH} &= (x+1; y-1); & \overrightarrow{AH} &= (x-2; y-4).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H \text{ là trực tâm tam giác } ABC &\Leftrightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ CH \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} -4(x-2) = 0 \\ (x+1) - 3(y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy  $H(2; 2)$ .

\* Gọi  $I(x; y)$ ,  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC \Leftrightarrow IA = IB = IC$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y-4)^2 = (x-3)^2 + (y-1)^2 \\ (x-2)^2 + (y-4)^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy :  $I(1; 2)$ .

b) Ta có :  $\overrightarrow{IH} = (1; 0)$ ,  $\overrightarrow{IG} = \left(\frac{1}{3}; 0\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IH}, \overrightarrow{IG}$  cùng phương nên  $H, G, I$  thẳng hàng.

**2.58.** a) Áp dụng định lí hàm số cosin trong tam giác  $OBE$  ta được :

$$OE^2 = OB^2 + BE^2 - 2OB \cdot BE \cdot \cos OBE$$

$$OE^2 = \left(\frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + a^2 - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot \cos 45^\circ = \frac{5a^2}{2} \Rightarrow OE = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Áp dụng định lí hàm số sin trong tam giác  $OBE$  ta được :

$$R_{(\Delta OBE)} = \frac{OE}{2 \sin OBE} = \frac{\frac{a\sqrt{10}}{2}}{2 \sin 45^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{10}}{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

b)  $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GC} = (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA})(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC})$

$$= (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA})(\overrightarrow{GO} - \overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{GO}^2 - \overrightarrow{OA}^2$$

$$= \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = -4a^2.$$

**2.59.** Ta có  $AD$  là phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$  nên  $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$

$$\Rightarrow \cos BAD = \cos DAC$$

$$\Rightarrow \frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2AB \cdot AD} = \frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2AC \cdot AD}$$

$$\Rightarrow \frac{c^2 + k^2 - d^2}{2c \cdot k} = \frac{b^2 + k^2 - e^2}{2b \cdot k} \Rightarrow b(c^2 + k^2 - d^2) = c(b^2 + k^2 - e^2) (*)$$

Vì  $AD$  là phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$  nên  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$$\Rightarrow bd = ce, \text{ từ (*) ta suy ra } (b - c)(-k^2 + bc - de) = 0$$

$$\Rightarrow k^2 = bc - de \text{ (vì } b \neq c \text{) (điều phải chứng minh).}$$

**2.60.** Ta có:  $\frac{c}{b+a} + \frac{b}{a+c} = 1$

$$\Rightarrow c(a+c) + b(b+a) = (b+a)(a+c)$$

$$\Rightarrow ca + c^2 + b^2 + ba = ba + a^2 + bc + ac \Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc.$$

$$\text{Ta có } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{bc}{2bc} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 60^\circ.$$

**2.61.**  $A(1; 2), B(-3; 1)$  và trực tâm  $H(-2; 3)$ .

$$\text{Gọi } C(x; y) \text{ ta có: } \overrightarrow{AH} = (-3; 1); \quad \overrightarrow{BC} = (x+3; y-1)$$

$$\overrightarrow{BH} = (1; 2); \quad \overrightarrow{AC} = (x-1; y-2)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \cdot (x+3) + 1 \cdot (y-1) = 0 \\ 1 \cdot (x-1) + 2 \cdot (y-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + y = 10 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-15}{7} \\ y = \frac{25}{7} \end{cases}$$

**2.62.** a)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos A = 4 \cdot 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 12.$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - AB^2 = 12 - 16 = -4.$$

$$BC^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + AB^2 = 36 - 2 \cdot 12 + 16 = 28$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{7}.$$

$$R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{2\sqrt{7}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{21}}{3}.$$

b)  $2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} + 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) = \vec{0}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

$$\text{và } \overrightarrow{NB} + x\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AN} + x(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AN}) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{x+1}(\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC}).$$

$$AN \text{ vuông góc với } BM \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC})(3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = 0 \Leftrightarrow (3-x)\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - AB^2 + 3xAC^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3-x) \cdot 12 - 16 + 3x \cdot 36 = 0 \Leftrightarrow 96x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{24}.$$

**2.63.** a) Theo công thức Hê-rông với  $p = \frac{1}{2}(12 + 16 + 20) = 24$

$$\text{ta có : } S = \sqrt{24(24-12)(24-16)(24-20)} = 96.$$

$$h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 96}{12} = 16.$$

$$\text{b) } m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} = \frac{2(16^2 + 20^2) - 12^2}{4} = 292$$

$$m_a = \sqrt{292} \approx 17,09.$$

$$\text{c) } R = \frac{abc}{4S} = \frac{12 \cdot 16 \cdot 20}{4 \cdot 96} = 10; \quad r = \frac{S}{p} = \frac{96}{24} = 4.$$

**2.64.** a) (Xem hình 2.34) Ta có  $\widehat{PBQ} = 48^\circ - 35^\circ = 13^\circ$ .

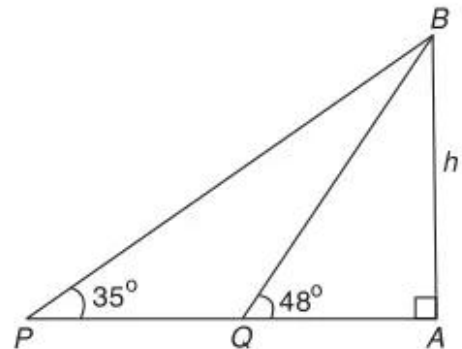
Trong tam giác  $BPQ$  ta có :

$$\frac{BQ}{\sin P} = \frac{PQ}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{BQ}{\sin 35^\circ} = \frac{300}{\sin 13^\circ}.$$

$$\text{Do đó } BQ = \frac{300 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 13^\circ} \approx 764,935 \text{ (m).}$$

b) Chiều cao của tháp là

$$AB = BQ \sin 48^\circ \approx 764,935 \cdot \sin 48^\circ \\ \approx 568,457 \text{ (m).}$$



Hình 2.34



$$2.65. \quad a) \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 8-7=1-x_D \\ 4+3=5-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = -2. \end{cases}$$

Vậy  $D(0; -2)$ .

$$b) \quad \text{Ta có } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 7), \quad \overrightarrow{AD} = (-7; 1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -7 + 7 = 0 \quad (2)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{1+49} = 5\sqrt{2} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3)  $\Rightarrow ABCD$  là hình vuông.

2.66. (Xem hình 2.35)

a) Vì điểm  $D$  nằm trên  $Ox$  nên tọa độ của nó có dạng  $D(x; 0)$ .

Theo giả thiết  $DA = DB$  nên  $DA^2 = DB^2$ .

$$\text{Do đó } (1-x)^2 + 3^2 = (4-x)^2 + 2^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 9 = x^2 - 8x + 16 + 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{3}.$$

Vậy điểm  $D$  có tọa độ là  $\left(\frac{5}{3}; 0\right)$ .

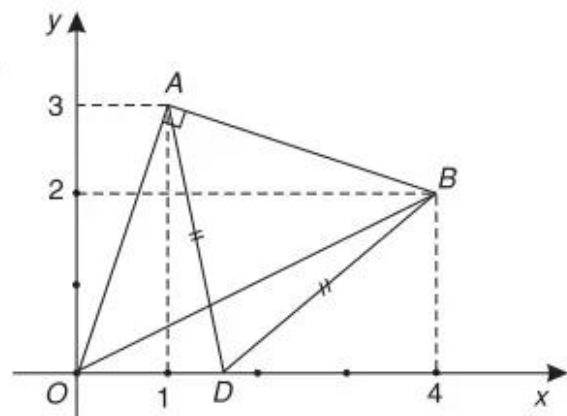
b) Gọi  $2p$  là chu vi tam giác  $OAB$ , ta có

$$\begin{aligned} 2p &= OA + OB + AB \\ &= \sqrt{1^2 + 3^2} + \sqrt{4^2 + 2^2} + \sqrt{3^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{10} + \sqrt{20} + \sqrt{10} \\ &= \sqrt{10}(2 + \sqrt{2}). \end{aligned}$$

c) Ta có  $OA^2 + AB^2 = OB^2 \Rightarrow$  tam giác  $OAB$  vuông tại  $A$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot AB = \frac{1}{2} \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 5.$$

Vậy diện tích tam giác  $OAB$  là 5 (đvdt).



Hình 2.35

2.67. (Xem hình 2.36)

a) Ta có  $A(2; -1)$ , tọa độ điểm  $B$  đối xứng với  $A$  qua  $O$  là  $B(-2; 1)$ .

b) Ta có  $C(x; 2)$ , do đó

$$\overrightarrow{CB} = (-2 - x; -1);$$

$$\overrightarrow{CA} = (2 - x; -3).$$

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  nên

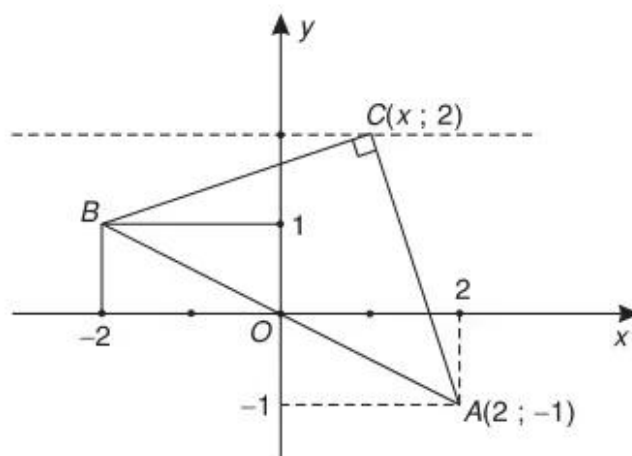
$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2 - x)(2 - x) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy ta có hai điểm  $C(1; 2)$  và  $C'(-1; 2)$ .



Hình 2.36

### III- ĐỀ KIỂM TRA

#### ĐỀ 1

**Câu 1.** a)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 12 + 4 - 8\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ$

$$c^2 = 4 \Rightarrow c = 2 \text{ hay } AB = 2.$$

$$\sin A = \frac{a \sin C}{c} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{b) } S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}.$$

$$\text{c) } h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1, \quad m_a = 1.$$

**Câu 2.** a) Cận  $c$  lớn nhất suy ra góc  $C$  lớn nhất

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{9 + 16 - 36}{24} = \frac{-11}{24}.$$

$$\text{b) } h_c = \frac{2S}{c} = \frac{ab \sin C}{c} = \frac{3 \cdot 4 \cdot \sqrt{455}}{6 \cdot 24} = \frac{\sqrt{455}}{12}.$$

## ĐỀ 2

**Câu 1.** a) Ta có :  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

$$\Rightarrow BC^2 = \overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = AC^2 + AB^2 - 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}.$$

b) Ta có :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$  và  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = AI^2 - IB^2 = AI^2 - \frac{BC^2}{4} \quad (I \text{ là trung điểm của } BC).$$

c) Ta có :  $MA^2 + MB^2 + MC^2 = GA^2 + GB^2 + GC^2 + 3MG^2$

$$\Leftrightarrow (MA^2 - GA^2) + (MB^2 - GB^2) + (MC^2 - GC^2) = 3MG^2$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{GA})(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GA}) + (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{GB})(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{GB}) + \\ + (\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{GC})(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MG}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MG}[(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})] = 3MG^2$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MG}(3\overrightarrow{MG} + \vec{0}) = 3MG^2$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MG}^2 = 3MG^2 \quad (\text{đúng}).$$

Vậy đẳng thức được chứng minh.

**Câu 2.** \* Gọi  $C(x_C; y_C)$ , ta có :  $\overrightarrow{BC} = (x_C - 3; y_C)$  ;  $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$ .

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow \begin{cases} AB \perp BC \\ AB = BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_C - 6 + y_C = 0 \\ (x_C - 3)^2 + y_C^2 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_C = 6 - 2x_C \\ (x_C - 3)^2 + 36 - 24x_C + 4x_C^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_C = 2 \\ x_C = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} y_C = -2 \\ x_C = 4. \end{cases}$$

\* Gọi  $D(x_D; y_D)$ .

$$\text{Với } C(2; 2) \Rightarrow \overline{CD} = \overline{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = -2 \\ y_D - 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 1. \end{cases}$$

$$\text{Với } C(4; -2) \Rightarrow \overline{CD} = \overline{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 4 = -2 \\ y_D + 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -3. \end{cases}$$

Vậy  $C(2; 2), D(0; 1)$  hay  $C(4; -2), D(2; -3)$ .

### ĐỀ 3

**Câu 1.** a) Dùng công thức Hê-rông để tính diện tích tam giác  $ABC$ , ta có

$$p = \frac{1}{2}(13 + 14 + 15) = 21$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$$

$$\text{b) } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = \frac{33}{65}$$

$\cos B > 0$  nên góc  $B$  nhọn.

$$\text{c) Ta có } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = \frac{65}{8}.$$

$$\text{Ta có } S = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{84}{21} = 4.$$

$$\text{d) } m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} = \frac{2(13^2 + 15^2) - 14^2}{4} = 148.$$

$$\text{Vậy } m_b = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}.$$

**Câu 2.**  $I(x; y)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-2)^2 + y^2 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x+3)^2 + (y-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y = -1 \\ 4x + 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11}{14} \\ y = -\frac{13}{14} \end{cases} \quad \text{Vậy } I\left(-\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right).$$