HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

§1. CÁC ĐỊNH NGHĨA

1.1. a) Với hai điểm A, B có hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$;

b) Với ba điểm A, B, C có 6 vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$;

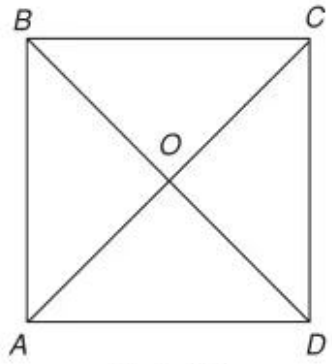
c) Với bốn điểm A, B, C, D có 12 vectơ (học sinh tự liệt kê).

1.2. (h.1.34) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$,

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$,

$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$, $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$,

$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$.

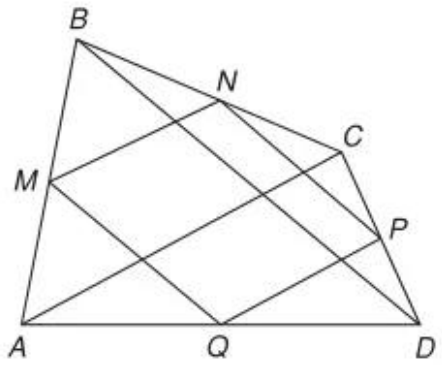


Hình 1.34

1.3. (h.1.35) $MN = PQ$ và $MN \parallel PQ$ vì chúng đều bằng $\frac{1}{2}AC$ và đều song song với AC.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành nên ta có

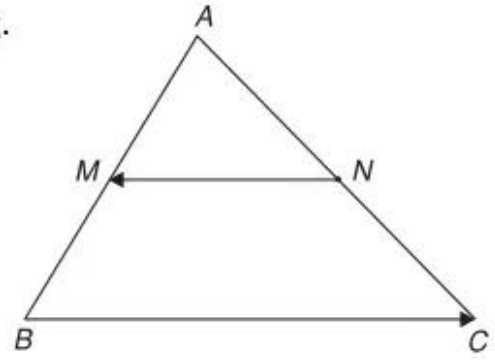
$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NM}$.



Hình 1.35

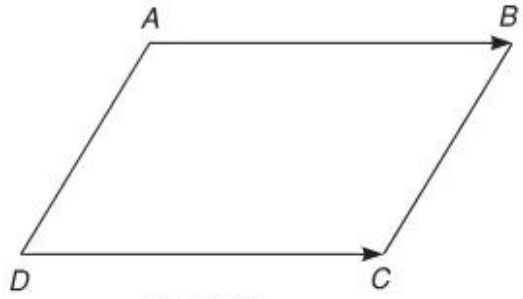
1.4. (h.1.36) $MN \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$, hay $|\overrightarrow{NM}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$.

Vì $MN \parallel BC$ nên $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.



Hình 1.36

1.5. (h.1.37) Tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên $AB = DC$ và $AB \parallel DC$. Do đó $ABCD$ là hình bình hành, suy ra : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.



Hình 1.37

1.6. a) Nếu $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng và $|\overrightarrow{AB}| > |\overrightarrow{AC}|$ thì điểm C nằm giữa hai điểm A và B (h.1.38) :

Hình 1.38

b) Nếu $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng thì điểm A nằm giữa hai điểm B và C (h.1.39) :

Hình 1.39

c) Nếu $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương thì chúng có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.

Trường hợp $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng :

– Nếu $|\overrightarrow{AB}| > |\overrightarrow{AC}|$ thì C nằm giữa A và B.

– Nếu $|\overrightarrow{AB}| < |\overrightarrow{AC}|$ thì B nằm giữa A và C.

Trường hợp $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng thì A nằm giữa B và C.

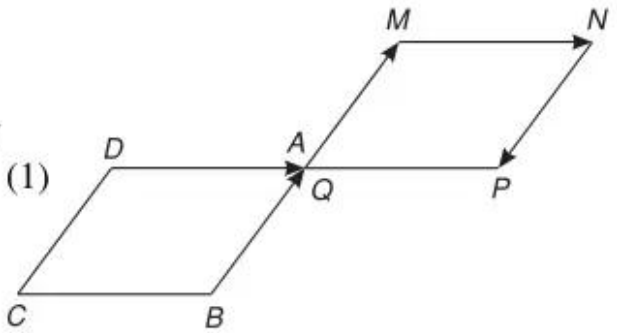
1.7. (h.1.40) Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

Suy ra $AM = NP$ và $AM \parallel NP$. Vậy tứ giác $AMNP$ là hình bình hành. (1)

Ta có $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$



Hình 1.40

suy ra $PQ = MN$ và $PQ \,//\, MN$. Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A \equiv Q$ hay $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$.

§2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

1.8. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}$.

1.9. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}$. Như vậy hệ thức cần chứng minh tương đương với đẳng thức đúng.

1.10. a) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OA} \Rightarrow OB = OA$, ba điểm A, O, B thẳng hàng và điểm O ở giữa A và B. Suy ra O là trung điểm của AB.

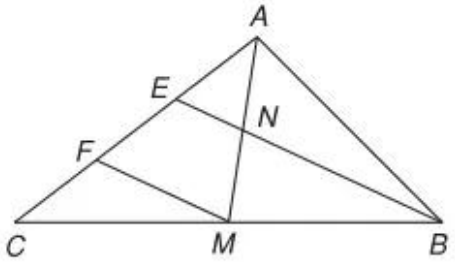
b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OB}=\vec{0} \Rightarrow B \equiv O$.

1.11. Trong tam giác đều ABC, tâm O của đường tròn ngoại tiếp cũng là trọng tâm của tam giác. Vậy $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.

1.12. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD} = (\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC})+(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD})=\vec{0}+\vec{0}=\vec{0}$.

1.13. (h.1.41) FM // BE vì FM là đường trung bình của tam giác CEB.

Ta có $EA = EF$. Vậy EN là đường trung bình của tam giác AFM. Suy ra N là trung điểm của AM. Vậy $\overrightarrow{NA}=-\overrightarrow{NM}$.



Hình 1.41

1.14. a) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BA}$. Vậy mọi điểm M đều thoả mãn hệ thức a).

b) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow A \equiv B$, vô lí. Vậy không có điểm M nào thoả mãn hệ thức b).

c) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{MB}$. Vậy M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

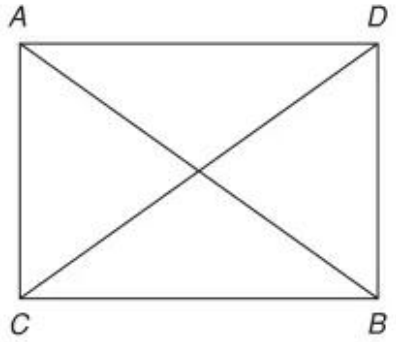
1.15. Vẽ hình bình hành $CADB$. Ta có $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CD}$,

do đó $\left|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right| = CD$.

Vì $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$, do đó $\left|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}\right| = BA$.

Từ $\left|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\right| = \left|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}\right|$ suy ra $CD = AB$ (h.1.42).

Vậy tứ giác $CADB$ là hình chữ nhật. Ta có tam giác ACB vuông tại C.



Hình 1.42

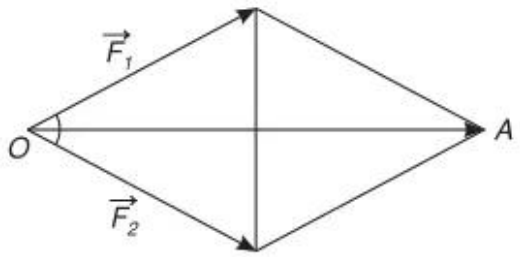
1.16. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD}$.

1.17. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$ trong đó $OACB$ là hình bình hành. OC là phân giác góc $\widehat{AOB}$ khi và chỉ khi $OACB$ là hình thoi, tức là $OA = OB$.

1.18. (h.1.43) $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F} = \overrightarrow{OA}$

$\left|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}\right| = OA = 100\sqrt{3}$.

Vậy cường độ của hợp lực là $100\sqrt{3}$ N.



Hình 1.43

1.19. (Xem h.1.44)

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

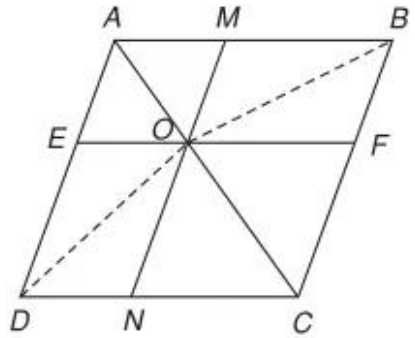
$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$.

Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên ta có $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$.

Vậy $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$.

b) Tứ giác $AMOE$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MO}$ (1)

Tứ giác $OFCN$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{FN} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{FC}$ (2)



Hình 1.44

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{FN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{FC}$

$= (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{FO}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{FC}) = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$

(vì $\overrightarrow{FO} = \overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{BF}$).

Vậy $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{FN}$.