

§8

BA ĐƯỜNG CÔNIC

Không phải chỉ parabol mới có đường chuẩn, dưới đây chúng ta sẽ thấy rằng elip và hyperbol cũng có đường chuẩn. Tương tự định nghĩa của parabol, ta cũng có thể định nghĩa elip và hyperbol dựa vào đường chuẩn và tiêu điểm của chúng.

1. Đường chuẩn của elip

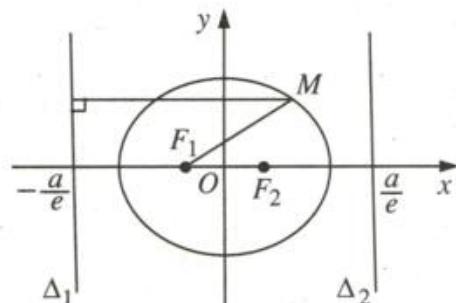
Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$). Khi đó đường

thẳng $\Delta_1 : x + \frac{a}{e} = 0$ gọi là **đường chuẩn**

của elip, ứng với tiêu điểm $F_1(-c ; 0)$;

Đường thẳng $\Delta_2 : x - \frac{a}{e} = 0$ gọi là

đường chuẩn của elip, ứng với tiêu điểm $F_2(c ; 0)$ (h. 96).



Hình 96

Tính chất

Với mọi điểm M của elip, ta luôn có

$$\frac{MF_1}{d(M; \Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M; \Delta_2)} = e \quad (e < 1).$$

Chứng minh

Với $M(x ; y)$ thuộc elip, ta có

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x = a + ex \text{ và } d(M; \Delta_1) = \left| x + \frac{a}{e} \right| = \frac{|a + ex|}{e} = \frac{a + ex}{e}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{MF_1}{d(M; \Delta_1)} = e.$$

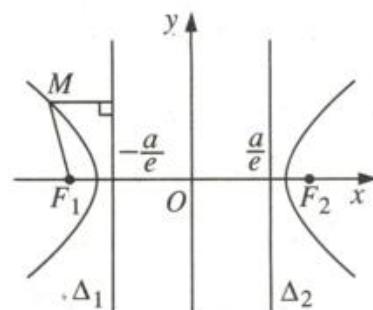
$$\text{Chứng minh tương tự ta cũng có } \frac{MF_2}{d(M; \Delta_2)} = e.$$

2. Đường chuẩn của hyperbol

Ta cũng định nghĩa **đường chuẩn của hyperbol** tương tự như đối với elip (h. 97). Cho hyperbol

(H) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Các đường

thẳng $\Delta_1 : x + \frac{a}{e} = 0$ và $\Delta_2 : x - \frac{a}{e} = 0$ gọi là



Hình 97

các *đường chuẩn* của (H) lần lượt ứng với các tiêu điểm $F_1(-c; 0)$ và $F_2(c; 0)$.

Ta cũng dễ dàng chứng minh được tính chất sau

Với mọi điểm M nằm trên (H), ta luôn có

$$\frac{MF_1}{d(M; \Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M; \Delta_2)} = e \quad (e > 1).$$

Từ những kết quả trên, ta nhận thấy rằng ba đường elip, hyperbol, parabol đều có thể được định nghĩa dựa trên tiêu điểm và đường chuẩn. Ba đường đó có tên chung là *đường cônic*.

3. Định nghĩa đường cônic

Cho điểm F cố định và đường thẳng Δ cố định không đi qua F .

Tập hợp các điểm M sao cho tỉ số $\frac{MF}{d(M; \Delta)}$ bằng một số dương e cho trước được gọi là **đường cônic**.

Điểm F gọi là *tiêu điểm*, Δ gọi là *đường chuẩn* và e gọi là *tâm sai* của đường cônic.

Từ định nghĩa trên, kết hợp với tính chất của elip, parabol, hyperbol, ta có

Elip là đường cônic có tâm sai $e < 1$;

Parabol là đường cônic có tâm sai $e = 1$;

Hyperbol là đường cônic có tâm sai $e > 1$.

Câu hỏi và bài tập

47. Xác định tiêu điểm và đường chuẩn của các đường cônic sau

a) $y^2 = 14x$; b) $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{7} = 1$; c) $\frac{x^2}{14} - \frac{y^2}{1} = 1$.

48. Cho đường thẳng $\Delta : x + y - 1 = 0$ và điểm $F(1; 1)$. Viết phương trình của đường cônic nhận F là tiêu điểm và Δ là đường chuẩn trong mỗi trường hợp sau đây

a) Tâm sai $e = 1$; b) Tâm sai $e = \sqrt{2}$; c) Tâm sai $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$.