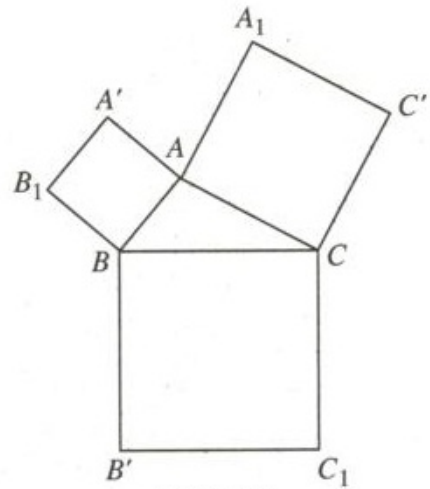


BÀI TẬP ÔN CUỐI NĂM

1. Trên hình 105, ta có tam giác ABC và các hình vuông $AA'B_1B$, $BB'C_1C$, $CC'A_1A$.

Chứng minh các đẳng thức sau

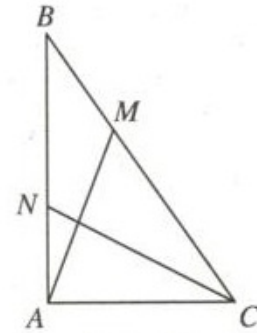
- a) $(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'}) \cdot \overrightarrow{AC} = 0$;
- b) $(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}) \cdot \overrightarrow{AC} = 0$;
- c) $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$;
- d) $\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CA_1} = \vec{0}$.



Hình 105

2. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$.
Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $CM = 2BM$,
 N là điểm trên cạnh AB sao cho $BN = 2AN$ (h. 106).

- a) Biểu thị các vectơ \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{CN} theo hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} .
- b) Tìm hệ thức liên hệ giữa b và c sao cho $AM \perp CN$.



Hình 106

3. Cho tam giác ABC với $AB = 4, AC = 5, BC = 6$.
- Tính các góc A, B, C .
 - Tính độ dài các đường trung tuyến và diện tích tam giác.
 - Tính các bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác ABC .
4. Cho tam giác ABC .

a) Tam giác ABC có tính chất gì nếu $a^2 = \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a}$?

b) Biết $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$, chứng minh rằng $2\sin A = \sin B + \sin C$.

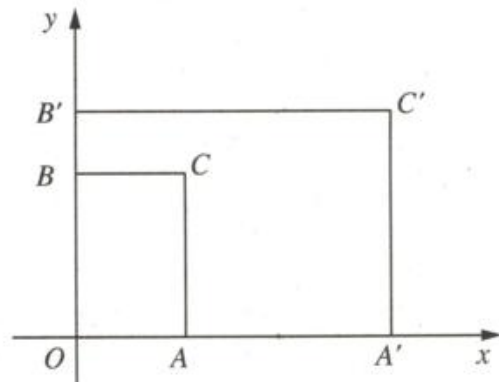
5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai hình chữ nhật $OACB$ và $OA'C'B'$ như hình 107. Biết $A(a; 0), A'(a'; 0), B(0; b), B'(0; b')$ (a, a', b, b' là những số dương, $a \neq a', b \neq b'$).

a) Viết phương trình các đường thẳng AB' và $A'B$.

b) Tìm liên hệ giữa a, b, a', b' để hai đường thẳng AB' và $A'B$ cắt nhau. Khi đó hãy tìm tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng đó.

c) Chứng minh rằng ba điểm I, C, C' thẳng hàng.

d) Với điều kiện nào của a, b, a', b' thì C là trung điểm của IC' ?



Hình 107

6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3; 4)$ và $B(6; 0)$.
- Nhận xét gì về tam giác OAB ? Tính diện tích của tam giác đó.
 - Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB .
 - Viết phương trình đường phân giác trong tại đỉnh O của tam giác OAB .
 - Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB .
7. Trong mặt phẳng tọa độ, với mỗi số $m \neq 0$, xét hai điểm $M_1(-4; m)$ và $M_2\left(4; \frac{16}{m}\right)$.
- Viết phương trình đường thẳng M_1M_2 .
 - Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng M_1M_2 .

- c) Chứng tỏ rằng đường thẳng M_1M_2 luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.
- d) Lấy các điểm $A_1(-4 ; 0)$, $A_2(4 ; 0)$. Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng A_1M_2 và A_2M_1 .
- e) Chứng minh rằng khi m thay đổi, I luôn luôn nằm trên một elip (E) cố định. Xác định tọa độ tiêu điểm của elip đó.
8. Cho hypebol (H) có phương trình $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$.
- a) Viết phương trình các đường tiệm cận của hypebol (H).
- b) Tính diện tích hình chữ nhật cơ sở của hypebol (H).
- c) Chứng minh rằng các điểm $M\left(5 ; \frac{3}{2}\right)$ và $N(8 ; 2\sqrt{3})$ đều thuộc (H).
- d) Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , N và tìm các giao điểm P , Q của Δ với hai đường tiệm cận của hypebol (H).
- e) Chứng minh rằng các trung điểm của hai đoạn thẳng PQ và MN trùng nhau.
9. Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 4x$.
- a) Xác định tọa độ tiêu điểm F và phương trình đường chuẩn d của (P).
- b) Đường thẳng Δ có phương trình $y = m$ ($m \neq 0$) lần lượt cắt d , Oy và (P) tại các điểm K , H , M . Tìm tọa độ của các điểm đó.
- c) Gọi I là trung điểm của OH . Viết phương trình đường thẳng IM và chứng tỏ rằng đường thẳng IM cắt (P) tại một điểm duy nhất.
- d) Chứng minh rằng $MI \perp KF$. Từ đó suy ra MI là phân giác của góc KMF .