

§7

ĐƯỜNG PARABOL

Trong thực tế ta cũng thường gặp đường parabol, chẳng hạn :

- Đồ thị của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ (với $a \neq 0$) là một đường parabol ;
- Các tia nước phun ra từ vòi phun nước (thường gặp ở các vườn hoa hay khi tưới cây) là những đường parabol ;
- Đường đi của viên đạn đại bác là một đường parabol.

1. Định nghĩa đường parabol

Cho một điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ được gọi là **đường parabol** (hay **parabol**) (h. 92).

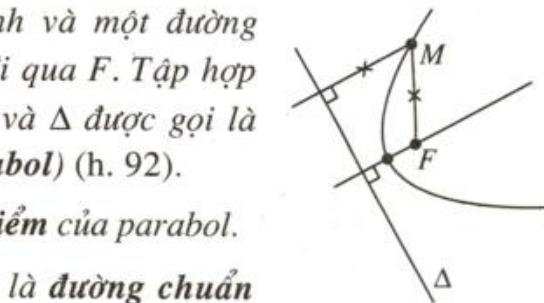
Điểm F được gọi là **tiêu điểm** của parabol.

Đường thẳng Δ được gọi là **đường chuẩn** của parabol.

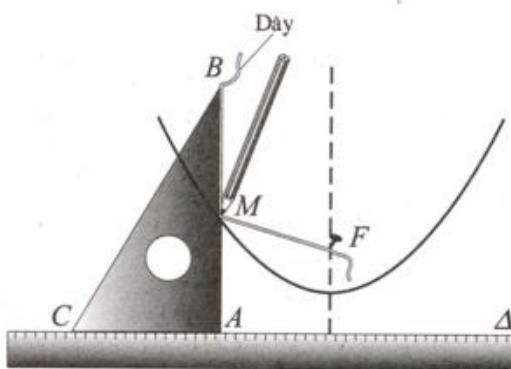
Khoảng cách từ F đến Δ được gọi là **tham số tiêu** của parabol.

Ta có thể vẽ parabol với tiêu điểm F và đường chuẩn Δ như sau (h. 93) :

Lấy một êke ABC (vuông ở A) và một đoạn dây không đàn hồi, có độ dài bằng AB . Đính một đầu dây vào điểm F , đầu kia vào đỉnh B của êke. Đặt êke sao cho cạnh AC nằm trên Δ , lấy đầu bút chì ép sát sợi dây vào cạnh AB và giữ căng sợi dây rồi cho cạnh AC của êke trượt trên Δ . Khi đó đầu M của bút chì sẽ vạch nên một phần của parabol (vì ta luôn có $MF = MA$).



Hình 92



Hình 93

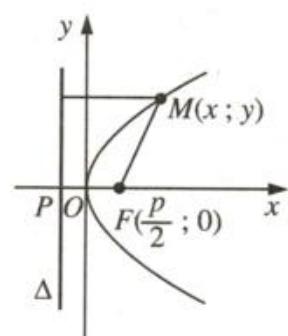
2. Phương trình chính tắc của parabol

Cho parabol với tiêu điểm F và đường chuẩn Δ .

Kẻ FP vuông góc với Δ ($P \in \Delta$). Đặt $FP = p$ (tham số tiêu). Ta chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm của FP và điểm F nằm trên tia Ox (h. 94).

Như vậy ta có $F = \left(\frac{p}{2}; 0\right)$, $P = \left(-\frac{p}{2}; 0\right)$ và phương

trình của đường thẳng Δ là $x + \frac{p}{2} = 0$. Điểm $M(x; y)$



Hình 94

nằm trên parabol đã cho khi và chỉ khi khoảng cách MF bằng khoảng cách từ M tới Δ , tức là

$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x + \frac{p}{2}\right|.$$

Bình phương hai vế của đẳng thức đó rồi rút gọn, ta được

$$y^2 = 2px \quad (p > 0). \quad (1)$$

Phương trình (1) gọi là **phương trình chính tắc** của parabol.



Từ phương trình chính tắc của parabol, hãy chứng tỏ những tính chất sau đây của parabol

- a) Parabol nằm về bên phải của trục tung.
- b) Ox là **trục đối xứng** của parabol.
- c) Parabol cắt trục Ox tại điểm O và đó cũng là điểm duy nhất của Oy thuộc parabol. Gốc toạ độ O được gọi là **đỉnh** của parabol.

Ví dụ. Viết phương trình chính tắc của parabol đi qua điểm $M(2 ; 5)$.

Giải. Phương trình chính tắc của parabol có dạng $y^2 = 2px$. Thay toạ độ của M vào phương trình ta được $25 = 2.p.2$, suy ra $p = \frac{25}{4}$. Từ đó ta được phương trình chính tắc của parabol đã cho là $y^2 = \frac{25}{2}x$.



CHÚ Ý

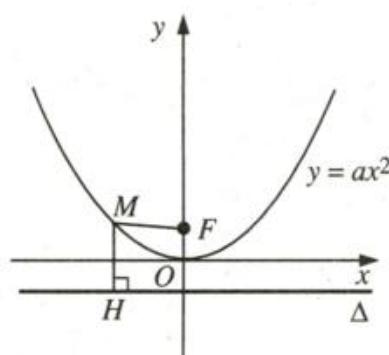
Ở môn Đại số, chúng ta đã gọi đồ thị của hàm số bậc hai

$$y = ax^2 + bx + c$$

là một *đường parabol*.

Sở dĩ ta gọi như thế vì đồ thị đó cũng thỏa mãn định nghĩa của đường parabol mà ta vừa trình bày ở trên.

Chẳng hạn, đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là parabol có tiêu điểm $F\left(0 ; \frac{1}{4a}\right)$ và đường chuẩn Δ có phương trình $y + \frac{1}{4a} = 0$ (h. 95).



Hình 95

Câu hỏi và bài tập

42. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?
- $y^2 = -2x$ là phương trình chính tắc của parabol.
 - $y = x^2$ là phương trình chính tắc của parabol.
 - Parabol (P) : $y^2 = 2x$ có tiêu điểm $F(0,5 ; 0)$ và có đường chuẩn $\Delta : x + 0,5 = 0$.
 - Parabol $y^2 = 2px$ ($p > 0$) có tiêu điểm $F(p ; 0)$ và có đường chuẩn $\Delta : x + p = 0$.
43. Viết phương trình chính tắc của parabol (P) trong mỗi trường hợp sau
- (P) có tiêu điểm $F(3 ; 0)$;
 - (P) đi qua điểm $M(1 ; -1)$;
 - (P) có tham số tiêu là $p = \frac{1}{3}$.
44. Cho parabol $y^2 = 2px$. Tìm độ dài dây cung của parabol vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm của parabol (dây cung của parabol là đoạn thẳng nối hai điểm của parabol).
45. Cho dây cung AB đi qua tiêu điểm của parabol (P) . Chứng minh rằng khoảng cách từ trung điểm I của dây AB đến đường chuẩn của (P) bằng $\frac{1}{2}AB$. Từ đó có nhận xét gì về đường tròn đường kính AB ?
46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $F(1 ; -2)$. Tìm hệ thức giữa x, y để điểm $M(x ; y)$ cách đều điểm F và trục hoành.