

# §3

## HIỆU CỦA HAI VECTO

### 1. Vectơ đối của một vectơ

|| Nếu tổng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là vectơ-không, thì ta nói  $\vec{a}$  là vectơ đối của  $\vec{b}$ , hoặc  $\vec{b}$  là vectơ đối của  $\vec{a}$ .

**[?1]** Cho đoạn thẳng  $AB$ . Vectơ đối của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là vectơ nào? Phải chăng mọi vectơ cho trước đều có vectơ đối?

Vectơ đối của vectơ  $\vec{a}$  được kí hiệu là  $-\vec{a}$ .

Như vậy  $\vec{a} + (-\vec{a}) = (-\vec{a}) + \vec{a} = \vec{0}$ .

Ta có nhận xét sau đây

Vectơ đối của vectơ  $\vec{a}$  là vectơ ngược hướng với vectơ  $\vec{a}$  và có cùng độ dài với vectơ  $\vec{a}$ .

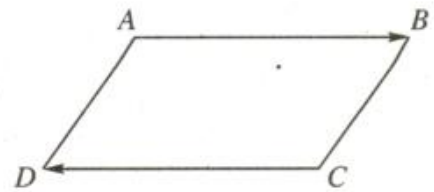
Đặc biệt, vectơ đối của vectơ  $\vec{0}$  là vectơ  $\vec{0}$ .

**Ví dụ.** Giả sử  $ABCD$  là hình bình hành (h.18). Khi đó hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  có cùng độ dài nhưng ngược hướng. Bởi vậy

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \text{ và } \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}.$$

Tương tự, ta có

$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{DA} \text{ và } \overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{BC}.$$



Hình 18



**1** Gọi  $O$  là tâm của hình bình hành  $ABCD$ . Hãy chỉ ra các cặp vectơ đối nhau mà có điểm đầu là  $O$  và điểm cuối là đỉnh của hình bình hành đó.

## 2. Hiệu của hai vectơ

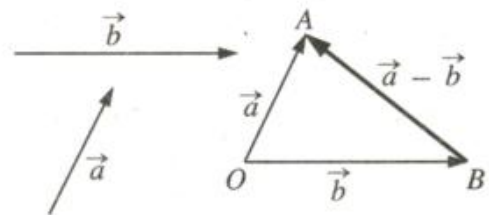
### ĐỊNH NGHĨA

**Hiệu** của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , kí hiệu  $\vec{a} - \vec{b}$ , là tổng của vectơ  $\vec{a}$  và vectơ đối của vectơ  $\vec{b}$ , tức là

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

Phép lấy hiệu của hai vectơ gọi là **phép trừ vectơ**.

Sau đây là cách dựng hiệu  $\vec{a} - \vec{b}$  nếu đã cho vectơ  $\vec{a}$  và vectơ  $\vec{b}$  (h. 19). Lấy một điểm  $O$  tùy ý rồi vẽ  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$  và  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ . Khi đó  $\overrightarrow{BA} = \vec{a} - \vec{b}$ .



Hình 19

**[?2]** Hãy giải thích vì sao ta lại có  $\overrightarrow{BA} = \vec{a} - \vec{b}$  (h. 19).

### Quy tắc về hiệu vectơ

Quy tắc sau đây cho phép ta biểu thị một vectơ bất kì thành hiệu của hai vectơ có chung điểm đầu.

Nếu  $\overrightarrow{MN}$  là một vectơ đã cho thì với điểm  $O$  bất kì, ta luôn có

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}.$$

**Bài toán.** Cho bốn điểm bất kì  $A, B, C, D$ . Hãy dùng quy tắc về hiệu vectơ để chứng minh rằng

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

**Giải.** Lấy một điểm  $O$  tùy ý, theo quy tắc về hiệu vectơ, ta có

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{OB} - \overline{OA} + \overline{OD} - \overline{OC}$$

$$\overline{AD} + \overline{CB} = \overline{OD} - \overline{OA} + \overline{OB} - \overline{OC}.$$

So sánh hai đẳng thức trên ta suy ra  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$ .



**2** (Giải bài toán trên bằng những cách khác)

a) Đẳng thức cần chứng minh tương đương với đẳng thức  $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CB} - \overline{CD}$ .

Từ đó hãy nêu ra cách chứng minh thứ hai của bài toán.

b) Đẳng thức cần chứng minh cũng tương đương với đẳng thức  $\overline{AB} - \overline{CB} = \overline{AD} - \overline{CD}$ .

Từ đó hãy nêu cách chứng minh thứ ba của bài toán.

c) Hiển nhiên ta có  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = \vec{0}$ . Hãy nêu cách chứng minh thứ tư.

## Câu hỏi và bài tập

**14.** Trả lời các câu hỏi sau đây

a) Vectơ đối của vectơ  $-\vec{a}$  là vectơ nào ?

b) Vectơ đối của vectơ  $\vec{0}$  là vectơ nào ?

c) Vectơ đối của vectơ  $\vec{a} + \vec{b}$  là vectơ nào ?

**15.** Chứng minh các mệnh đề sau đây

a) Nếu  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$  thì  $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$ ,  $\vec{b} = \vec{c} - \vec{a}$  ;

b)  $\vec{a} - (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$  ;

c)  $\vec{a} - (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**16.** Cho hình bình hành  $ABCD$  với tâm  $O$ . Mỗi khẳng định sau đây đúng hay sai ?

a)  $\overline{OA} - \overline{OB} = \overline{AB}$  ;

b)  $\overline{CO} - \overline{OB} = \overline{BA}$  ;

c)  $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{AC}$  ;

d)  $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{BD}$  ;

e)  $\overline{CD} - \overline{CO} = \overline{BD} - \overline{BO}$ .

**17.** Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt.

a) Tìm tập hợp các điểm  $O$  sao cho  $\overline{OA} = \overline{OB}$  ;

b) Tìm tập hợp các điểm  $O$  sao cho  $\overline{OA} = -\overline{OB}$ .

**18.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Chứng minh rằng  $\overline{DA} - \overline{DB} + \overline{DC} = \vec{0}$ .

**19.** Chứng minh rằng  $\overline{AB} = \overline{CD}$  khi và chỉ khi trung điểm của hai đoạn thẳng  $AD$  và  $BC$  trùng nhau.

**20.** Cho sáu điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}.$$