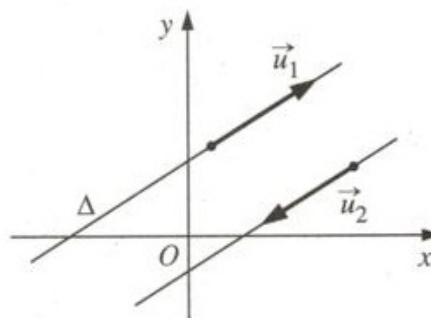


## § 2

# PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

### 1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Trên hình 70, vectơ  $\vec{u}_1$  khác  $\vec{0}$ , có giá là đường thẳng  $\Delta$ ; vectơ  $\vec{u}_2$  khác  $\vec{0}$ , có giá song song với  $\Delta$ . Khi đó ta gọi  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  là các vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ .



Hình 70

## ĐỊNH NGHĨA

|| Vectơ  $\vec{u}$  khác  $\vec{0}$ , có giá song song hoặc trùng với đường thẳng  $\Delta$  được gọi là **vectơ chỉ phương** của  $\Delta$ .

**?1** Vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến của một đường thẳng quan hệ với nhau như thế nào ?

**?2** Vì sao vectơ  $\vec{u} = (b ; -a)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng có phương trình  $ax + by + c = 0$  ?

## 2. Phương trình tham số của đường thẳng

**Bài toán.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $I(x_0 ; y_0)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a ; b)$ . Hãy tìm điều kiện của  $x$  và  $y$  để điểm  $M(x ; y)$  nằm trên  $\Delta$ .

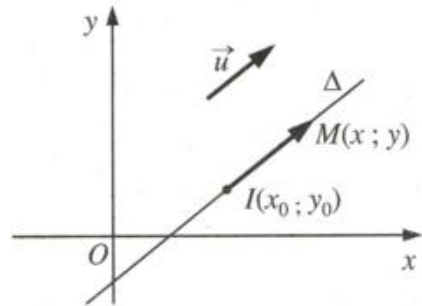


**1** (Để giải bài toán)

Điểm  $M$  nằm trên  $\Delta$  khi và chỉ khi vectơ  $\overrightarrow{IM}$  cùng phương với vectơ  $\vec{u}$  (h. 71), tức là có số  $t$  sao cho

$$\overrightarrow{IM} = t\vec{u}.$$

Hãy viết tọa độ của  $\overrightarrow{IM}$  và của  $t\vec{u}$  rồi so sánh các tọa độ của hai vectơ này.



Hình 71

Từ hoạt động trên suy ra : Điều kiện cần và đủ để  $M(x ; y)$  thuộc  $\Delta$  là có số  $t$  sao cho

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (a^2 + b^2 \neq 0). \quad (1)$$

Hệ (1) được gọi là **phương trình tham số** của đường thẳng  $\Delta$ , với tham số  $t$ .



### CHÚ Ý

Với mỗi giá trị của tham số  $t$ , ta tính được  $x$  và  $y$  từ hệ (1), tức là có được điểm  $M(x ; y)$  nằm trên  $\Delta$ . Ngược lại, nếu điểm  $M(x ; y)$  nằm trên  $\Delta$  thì có một số  $t$  sao cho  $x, y$  thỏa mãn hệ (1).

**?**3 Cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t. \end{cases}$$

a) Hãy chỉ ra một vectơ chỉ phương của  $\Delta$ .

b) Tìm các điểm của  $\Delta$  ứng với các giá trị  $t = 0, t = -4, t = \frac{1}{2}$ .

c) Điểm nào trong các điểm sau thuộc  $\Delta$ ?

$$M(1; 3), N(1; -5), P(0; 1), Q(0; 5).$$



2

Cho đường thẳng  $d$  có phương trình tổng quát  $2x - 3y - 6 = 0$ .

a) Hãy tìm tọa độ của một điểm thuộc  $d$  và viết phương trình tham số của  $d$ .

b) Hệ  $\begin{cases} x = 2 + 1,5t \\ y = -\frac{2}{3} + t \end{cases}$  có phải là phương trình tham số của  $d$  không?

c) Tìm tọa độ của điểm  $M$  thuộc  $d$  sao cho  $OM = 2$ .



CHÚ Ý

Trong phương trình tham số  $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$  của đường thẳng, nếu

$a \neq 0, b \neq 0$  thì bằng cách khử tham số  $t$  từ hai phương trình trên, ta đi đến

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} \quad (a \neq 0, b \neq 0). \quad (2)$$

Phương trình (2) được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng.

Trong trường hợp  $a = 0$  hoặc  $b = 0$  thì đường thẳng không có phương trình chính tắc.

**Ví dụ.** Viết phương trình tham số, phương trình chính tắc (nếu có) và phương trình tổng quát của đường thẳng trong mỗi trường hợp sau

a) Đi qua điểm  $A(1; 1)$  và song song với trục hoành;

b) Đi qua điểm  $B(2; -1)$  và song song với trục tung;

c) Đi qua điểm  $C(2; 1)$  và vuông góc với đường thẳng  $d: 5x - 7y + 2 = 0$ .

### Giải

a) Đường thẳng cần tìm có vectơ chỉ phương  $\vec{i} = (1 ; 0)$  và đi qua  $A$  nên nó có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \end{cases}$  và phương trình tổng quát là  $y - 1 = 0$ .

Đường thẳng đó không có phương trình chính tắc.

b) Đường thẳng cần tìm có vectơ chỉ phương  $\vec{j} = (0 ; 1)$  nên không có phương trình chính tắc. Do đường thẳng đó đi qua  $B$  nên nó có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \end{cases}$  và phương trình tổng quát là  $x - 2 = 0$ .

c) Vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (5 ; -7)$  của  $d$  cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$  cần tìm (do  $\Delta \perp d$ ). Do đó phương trình tham số của  $\Delta$  là  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$  và phương trình chính tắc của  $\Delta$  là  $\frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{-7}$ .

Từ phương trình chính tắc (hoặc tham số) của  $\Delta$ , ta suy ra được phương trình tổng quát của  $\Delta$  là  $7x + 5y - 19 = 0$ .



**3** Viết phương trình tham số, phương trình chính tắc (nếu có) và phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(-4 ; 3)$  và  $N(1 ; -2)$ .

### Câu hỏi và bài tập

7. Cho đường thẳng  $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t \end{cases}$ . Hỏi trong các mệnh đề sau, mệnh đề

nào sai ?

a) Điểm  $A(-1 ; -4)$  thuộc  $\Delta$ .

b) Điểm  $B(8 ; 14)$  không thuộc  $\Delta$ , điểm  $C(8 ; -14)$  thuộc  $\Delta$ .

c)  $\Delta$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1 ; 2)$ .

d)  $\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1 ; -2)$ .

e) Phương trình  $\frac{x-8}{3} = \frac{y+14}{-6}$  là phương trình chính tắc của  $\Delta$ .

f) Phương trình  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2}$  là phương trình chính tắc của  $\Delta$ .



8. Cho đường thẳng  $\Delta : ax + by + c = 0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?
- Vector  $\vec{n} = (a ; b)$  là vectơ pháp tuyến của  $\Delta$ .
  - $\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (-b ; a)$ .
  - $\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (kb ; ka)$  với  $k \neq 0$ .
  - $\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (5b ; -5a)$ .
  - Đường thẳng vuông góc với  $\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a ; b)$ .
9. Hãy viết phương trình tham số, phương trình chính tắc (nếu có) và phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm  $A$  và  $B$  trong mỗi trường hợp sau
- $A = (-3 ; 0), B = (0 ; 5)$  ;
  - $A = (4 ; 1), B = (4 ; 2)$  ;
  - $A = (-4 ; 1), B = (1 ; 4)$ .
10. Cho điểm  $A(-5 ; 2)$  và đường thẳng  $\Delta : \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2}$ . Hãy viết phương trình đường thẳng
- Đi qua  $A$  và song song với  $\Delta$  ;
  - Đi qua  $A$  và vuông góc với  $\Delta$ .
11. Xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng sau đây và tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của chúng
- $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 5 + t \end{cases}$  và  $\begin{cases} x = 8 + 6t' \\ y = 4 - 3t' \end{cases}$  ;
  - $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$  và  $\frac{x-4}{2} = \frac{y+7}{3}$  ;
  - $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 - t \end{cases}$  và  $x + y - 4 = 0$ .
12. Tìm hình chiếu vuông góc của điểm  $P(3 ; -2)$  trên đường thẳng  $\Delta$  trong mỗi trường hợp sau
- $\Delta : \begin{cases} x = t \\ y = 1 \end{cases}$  ;

b)  $\Delta : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-4} ;$

c)  $\Delta : 5x - 12y + 10 = 0.$

13. Trên đường thẳng  $\Delta : x - y + 2 = 0$ , tìm điểm  $M$  cách đều hai điểm  $E(0 ; 4)$  và  $F(4 ; -9)$ .
14. Cho hình bình hành có tọa độ một đỉnh là  $(4 ; -1)$ . Biết phương trình các đường thẳng chứa hai cạnh là  $x - 3y = 0$  và  $2x + 5y + 6 = 0$ . Tìm tọa độ ba đỉnh còn lại của hình bình hành đó.