

# ÔN TẬP CHƯƠNG I

## I - Tóm tắt những kiến thức cần nhớ

### 1. Vectơ

- Vectơ khác  $\vec{0}$  là một đoạn thẳng có hướng. Vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau. Vectơ-không có độ dài bằng 0, có phương và hướng tùy ý.
- Hai vectơ bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài.

### 2. Tổng và hiệu các vectơ

- *Quy tắc ba điểm* : Với ba điểm  $M, N, P$  bất kì, ta có

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}.$$

- *Quy tắc hình bình hành* : Nếu  $OABC$  là hình bình hành thì

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB}.$$

- *Quy tắc về hiệu vectơ* : Cho vectơ  $\overrightarrow{MN}$ . Với điểm  $O$  bất kì, ta có

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}.$$

### 3. Tích của một vectơ với một số

- Nếu  $\vec{b} = k\vec{a}$  ( $\vec{a} \neq \vec{0}$ ) thì  $|\vec{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|$  và

$\vec{b}$  cùng hướng với  $\vec{a}$  khi  $k \geq 0$ ,

$\vec{b}$  ngược hướng với  $\vec{a}$  khi  $k < 0$ .

- Các tính chất

$$1) \quad k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a};$$

$$2) \quad (k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a};$$

$$3) \quad k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b};$$

$$4) \quad k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0 \text{ hoặc } \vec{a} = \vec{0}.$$

- Điểm  $I$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$  khi và chỉ khi với điểm  $O$  bất kì, ta có

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}).$$

– Điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  khi và chỉ khi với điểm  $O$  bất kì, ta có

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}).$$

#### 4. Toạ độ của vectơ và của điểm

– Đối với hệ trục  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  hay  $Oxy$

1)  $\vec{u} = (a; b) \Leftrightarrow \vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$  ;

2)  $M = (x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y)$ .

– Nếu  $A = (x; y)$ ,  $B = (x'; y')$  thì  $\overrightarrow{AB} = (x' - x; y' - y)$ .

– Nếu  $\vec{u} = (x; y)$  và  $\vec{v} = (x'; y')$  thì

1)  $\vec{u} + \vec{v} = (x + x'; y + y')$  ;

2)  $k\vec{u} = (kx; ky)$ .

## II - Câu hỏi tự kiểm tra

1. Hãy nói rõ vectơ khác đoạn thẳng như thế nào.
2. Nếu hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  bằng nhau và có giá không trùng nhau thì bốn đỉnh  $A, B, C, D$  có là bốn đỉnh của một hình bình hành hay không ?
3. Nếu có nhiều vectơ thì xác định tổng của chúng như thế nào ?
4. Hiệu hai vectơ được định nghĩa qua khái niệm tổng hai vectơ như thế nào ?
5. Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt. Với một điểm  $O$  bất kì, mỗi đẳng thức sau đây đúng hay sai ?
  - a)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$  ;
  - b)  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$  ;
  - c)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{BA}$  ;
  - d)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = -\overrightarrow{AB}$  .
6. Có thể dùng phép nhân vectơ với một số để định nghĩa vectơ đối của một vectơ hay không ?
7. Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương. Trong các vectơ  $\vec{c}, \vec{d}, \vec{u}, \vec{v}, \vec{x}, \vec{y}$  sau đây, hãy chỉ ra các vectơ cùng hướng và các vectơ ngược hướng

$$\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}; \quad \vec{d} = -\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}; \quad \vec{u} = 3\vec{a} + 4\vec{b};$$

$$\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b}; \quad \vec{x} = -\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}; \quad \vec{y} = -9\vec{a} + 3\vec{b}.$$

Hai vectơ  $\vec{c}$  và  $\vec{d}$  có cùng phương hay không? Tại sao?

8. Cho tam giác  $ABC$  với trung tuyến  $AM$  và trọng tâm  $G$ . Mỗi khẳng định sau đây đúng hay sai?

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}; & \text{b) } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}; & \text{c) } \overrightarrow{MG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GA}; \\ \text{d) } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}); & \text{e) } \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG}. \end{array}$$

9. Cho biết tọa độ hai điểm  $A$  và  $B$ . Làm thế nào để

- a) Tìm tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  ?  
 b) Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  ?

10. Cho biết tọa độ ba đỉnh của một tam giác. Làm thế nào để tìm tọa độ của trọng tâm tam giác đó?

### III - Bài tập

1. Cho tam giác  $ABC$ . Hãy xác định các vectơ

$$\begin{array}{cccc} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}; & \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}; & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}; & \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}; \\ \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}; & \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}; & \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}; & \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}. \end{array}$$

2. Cho ba điểm  $O, A, B$  không thẳng hàng. Tìm điều kiện cần và đủ để vectơ  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$  có giá là đường phân giác của góc  $AOB$ .
3. Gọi  $O$  là tâm của hình bình hành  $ABCD$ . Chứng minh rằng với điểm  $M$  bất kì, ta có

$$\overrightarrow{MO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}).$$

4. Cho tam giác  $ABC$ .

- a) Tìm các điểm  $M$  và  $N$  sao cho

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \text{ và } 2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}.$$

b) Với các điểm  $M, N$  ở câu a), tìm các số  $p$  và  $q$  sao cho

$$\overrightarrow{MN} = p\overrightarrow{AB} + q\overrightarrow{AC}.$$

5. Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $I$  sao cho  $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ .

a) Tìm số  $k$  sao cho  $\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AB}$ .

b) Chứng minh rằng với mọi điểm  $M$ , ta có

$$\overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MB}.$$

6. Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-1; 3)$ ,  $B(4; 2)$ ,  $C(3; 5)$ .

a) Chứng minh rằng ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

b) Tìm toạ độ điểm  $D$  sao cho  $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{BC}$ .

c) Tìm toạ độ điểm  $E$  sao cho  $O$  là trọng tâm tam giác  $ABE$ .

#### IV - Bài tập trắc nghiệm

- Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$ . Vectơ  $\overrightarrow{A'B'}$  cùng hướng với vectơ nào trong các vectơ sau đây ?
 

(A)  $\overrightarrow{AB}$  ; (B)  $\overrightarrow{AC'}$  ;  
       (C)  $\overrightarrow{BA}$  ; (D)  $\overrightarrow{C'B}$ .
- Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó điểm  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó các cặp vectơ nào sau đây cùng hướng ?
 

(A)  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{PN}$  ; (B)  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$  ;  
       (C)  $\overrightarrow{MP}$  và  $\overrightarrow{PN}$  ; (D)  $\overrightarrow{NM}$  và  $\overrightarrow{NP}$ .
- Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Trong các đẳng thức dưới đây, đẳng thức nào đúng ?
 

(A)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  ; (B)  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$  .  
       (C)  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$  ; (D)  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  .
- Cho tam giác đều  $ABC$  với đường cao  $AH$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng ?
 

(A)  $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$  ; (B)  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{HC}$  ;  
       (C)  $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2} |\overrightarrow{BC}|$  ; (D)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$  .

5. Cho điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$  với  $AB = 2a$ ,  $CB = 5a$ . Độ dài vectơ  $\overrightarrow{AC}$  bằng bao nhiêu ?
- (A)  $7a$ ; (B)  $3a$ ;  
 (C)  $\frac{5a}{2}$ ; (D)  $10a^2$ .
6. Cho bốn điểm  $A, B, C, D$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng ?
- (A)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ ; (B)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ ;  
 (C)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ ; (D)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$ .
7. Cho sáu điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng ?
- (A)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$ ;  
 (B)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$ ;  
 (C)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$ ;  
 (D)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$ .
8. Cho hình thang  $ABCD$  với hai cạnh đáy là  $AB = 3a$  và  $CD = 6a$ . Khi đó  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}|$  bằng bao nhiêu ?
- (A)  $9a$ ; (B)  $3a$ ;  
 (C)  $-3a$ ; (D)  $0$ .
9. Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Khi đó giá trị  $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$  bằng bao nhiêu?
- (A)  $2a\sqrt{2}$ ; (B)  $2a$ ;  
 (C)  $a$ ; (D)  $0$ .
10. Cho ba điểm bất kì  $A, B, C$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng ?
- (A)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ ; (B)  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ ;  
 (C)  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$ ; (D)  $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ .
11. Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $a$ . Giá trị  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}|$  bằng bao nhiêu ?
- (A)  $2a$ ; (B)  $a$ ;  
 (C)  $a\sqrt{3}$ ; (D)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

12. Cho hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  lần lượt có trọng tâm là  $G$  và  $G'$ . Đẳng thức nào dưới đây là sai ?
- (A)  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} ;$       (B)  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} ;$   
 (C)  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} ;$       (D)  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} .$
13. Cho điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ , với  $AB = 2a$ ,  $AC = 6a$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng ?
- (A)  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} ;$       (B)  $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AB} ;$   
 (C)  $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AB} ;$       (D)  $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BA} .$
14. Cho ba điểm phân biệt  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Nếu  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$  thì đẳng thức nào dưới đây đúng ?
- (A)  $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC} ;$       (B)  $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC} ;$   
 (C)  $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC} ;$       (D)  $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC} .$
15. Điều kiện nào dưới đây là cần và đủ để điểm  $O$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  ?
- (A)  $OA = OB ;$       (B)  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} ;$   
 (C)  $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO} ;$       (D)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0} .$
16. Nếu  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  thì đẳng thức nào dưới đây đúng ?
- (A)  $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} ;$       (B)  $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3} ;$   
 (C)  $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2} ;$       (D)  $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3} .$
17. Gọi  $AM$  là trung tuyến của tam giác  $ABC$ , và  $I$  là trung điểm của  $AM$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng ?
- (A)  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} ;$       (B)  $-\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} ;$   
 (C)  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} ;$       (D)  $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} .$
18. Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(-1 ; 4)$  và  $B(3 ; -5)$ . Khi đó toạ độ của vectơ  $\overrightarrow{BA}$  là cặp số nào ?

- (A)  $(2; -1)$ ; (B)  $(-4; 9)$ ;  
 (C)  $(4; -9)$ ; (D)  $(4; 9)$ .
- 19.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(0; 5)$  và  $B(2; -7)$ . Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là cặp số nào ?  
 (A)  $(2; -2)$ ; (B)  $(-2; 12)$ ;  
 (C)  $(-1; 6)$ ; (D)  $(1; -1)$ .
- 20.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho hai điểm  $M(8; -1)$  và  $N(3; 2)$ . Nếu  $P$  là điểm đối xứng với điểm  $M$  qua điểm  $N$  thì toạ độ của  $P$  là cặp số nào ?  
 (A)  $(-2; 5)$ ; (B)  $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ;  
 (C)  $(13; -3)$ ; (D)  $(11; -1)$ .
- 21.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(5; -2)$ ,  $B(0; 3)$  và  $C(-5; -1)$ . Khi đó trọng tâm tam giác  $ABC$  có toạ độ là cặp số nào ?  
 (A)  $(1; -1)$ ; (B)  $(0; 0)$ ;  
 (C)  $(0; 11)$ ; (D)  $(10; 0)$ .
- 22.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  với trọng tâm  $G$ . Biết rằng  $A = (-1; 4)$ ,  $B = (2; 5)$ ,  $G = (0; 7)$ . Hỏi toạ độ đỉnh  $C$  là cặp số nào ?  
 (A)  $(2; 12)$ ; (B)  $(-1; 12)$ ;  
 (C)  $(3; 1)$ ; (D)  $(1; 12)$ .
- 23.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho bốn điểm  $A(3; 1)$ ,  $B(2; 2)$ ,  $C(1; 6)$ ,  $D(1; -6)$ . Hỏi điểm  $G(2; -1)$  là trọng tâm của tam giác nào sau đây ?  
 (A) Tam giác  $ABC$ ; (B) Tam giác  $ABD$ ;  
 (C) Tam giác  $ACD$ ; (D) Tam giác  $BCD$ .