Số $ab > 0$, nên $\frac{1}{ab} > 0$. Từ $a > b$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số $\frac{1}{ab}$, có bất đẳng thức $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

24. a) Dấu "$<$" ;

b) Dấu "$>$"

(Có thể giải thích theo hai cách :

Cách 1 : Tính giá trị vế trái được 1,69. Vậy $1{,}69 > 1{,}3$.

Cách 2 : Từ $1{,}3 > 1$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số 1,3 sẽ được $(1{,}3)^2 > 1{,}3$).

25. a) Nếu $m > 1$ thì $m^2 > m$ (nhân số dương m vào hai vế của bất đẳng thức $m > 1$).

b) Nếu m dương nhưng $m < 1$ thì $m^2 < m$.

26. Chứng tỏ $a + c < b + c$ và $b + c < b + d$ sau đó sử dụng tính chất bắc cầu để suy ra kết quả.

27. Tương tự bài 26 nhưng với phép nhân.

28. a) Từ kết quả $(a - b)^2 \geq 0$, khai triển vế trái.

b) Từ bất đẳng thức ở câu a) : $a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$, thực hiện cộng 2ab vào hai vế rồi nhân cả hai vế của bất đẳng thức với số $\frac{1}{2}$.

Từ kết quả của câu b) ta có thể chứng minh bất đẳng thức Cô-si ở mục "Có thể em chưa biết" trong sách giáo khoa như sau :

• Với $x \geq 0$, $y \geq 0$, ta có $\sqrt{x}.\sqrt{y} = \sqrt{xy}$ (1)

(Chỉ cần chứng tỏ $(\sqrt{x}\sqrt{y})^2 = (\sqrt{xy})^2$).

• Với $x \geq 0$, $y \geq 0$, ta đặt $a = \sqrt{x}$, $b = \sqrt{y}$.

Từ bất đẳng thức $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$ ta có $\frac{x + y}{2} \geq \sqrt{x}.\sqrt{y}$. (2)

• Từ (1) và (2) suy ra : $\frac{x + y}{2} \geq \sqrt{xy}$. (Đây chính là bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm x và y).

29. Do a dương và b dương nên tích ab dương. Từ bất đẳng thức ở câu a) bài 28 : $a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$, thực hiện cộng cả hai vế của bất đẳng thức với 2ab. Sau đó chia cả hai vế của bất đẳng thức cho tích ab sẽ suy ra kết quả.

30. a) Khai triển mỗi vế có : $a^2 + 2a < a^2 + 2a + 1$.

Vậy từ $0 < 1$, cộng vào hai vế của bất đẳng thức với $a^2 + 2a$ sẽ được kết quả.

b) Có thể kí hiệu ba số nguyên liên tiếp là a, a + 1, a + 2 và dùng kết quả câu a).

Bài tập bổ sung

2.1. Chọn (C).

2.2. Chọn (B).

2.3. a) Dấu "$\geq$" (xét khi $a = 0$ và $a \neq 0$).

b) Dấu "$\leq$".

c) Dấu ">".

– Nếu $a = 0$, ta có $|a| = 0$.

Khi đó $|a| + 3 = 3$.

– Nếu $a \neq 0$, ta có $|a| > 0$, suy ra $|a| + 3 > 3$. (1)

Với 3 và 0, ta có $3 > 0$. (2)

Từ (1) và (2), theo tính chất bắc cầu, ta có $|a| + 3 > 0$.

Kết luận : $|a| + 3 > 0$ với a bất kì.

d) Dấu "<".

2.4. a) $-3 < -2$; $(-3)^2 > (-2)^2$.

b) $-2 < 1$; $(-2)^2 > 1^2$.

c) $2 < 3$; $2^2 < 3^2$.

d) $-2 < 2{,}5$; $(-2)^2 < (2{,}5)^2$.

2.5. a) Nếu có $x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0$ thì suy ra $x + \frac{1}{x} \geq 2$

nên ta sẽ chứng tỏ $x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0$.