

§8. Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông

44. (h. 79). Hai tam giác vuông ABC và MDC có góc nhọn \hat{C} chung nên chúng đồng dạng với nhau.

Do đó ta có :

$$\frac{AC}{MC} = \frac{BC}{DC},$$

suy ra

$$CD = \frac{BC \cdot MC}{AC} = \frac{24 \cdot 12}{9} = 32 \text{ (cm)}.$$

45. (h. 80). Xét hai tam giác vuông ABE và DEC :

$$DE = AD - AE = 17 - 8 = 9 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Từ đó ta có : } \frac{AB}{DE} = \frac{AE}{DC} \left(\text{vì } \frac{6}{9} = \frac{8}{12} \right).$$

Vậy $\triangle ABE \sim \triangle DEC$.

$$\text{Do đó : } \hat{AEB} = \hat{DCE} ; \quad (1)$$

$$\hat{ABE} = \hat{DEC} . \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\hat{AEB} + \hat{DEC} = 90^\circ \text{ nên } \hat{BEC} = 90^\circ.$$

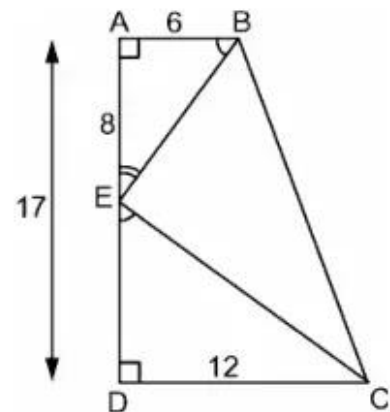
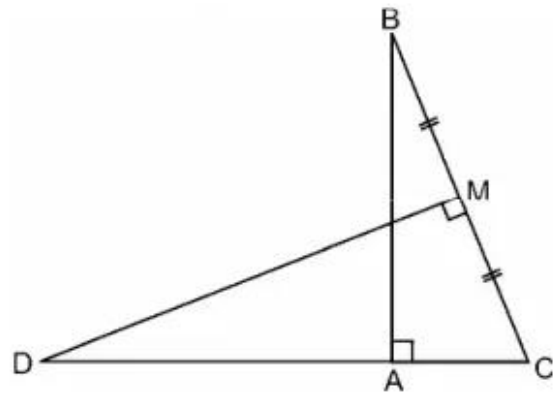
46. (h. 81) Xét hai tam giác vuông ABC và CDB có :

$$\frac{AC}{CB} = \frac{BC}{DB} \left(\text{vì } \frac{4}{6} = \frac{6}{9} \right).$$

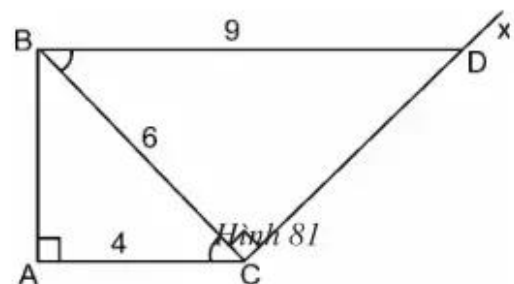
Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle CDB$ và do đó có các góc tương ứng bằng nhau :

$$\hat{CBD} = \hat{ACB}.$$

Vậy $BD \parallel AC$ (vì có hai góc so le trong



Hình 80

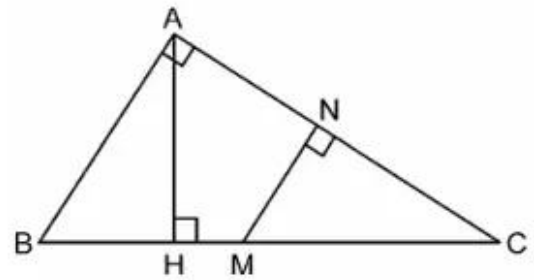


Hình 81

bằng nhau).

47. Trên hình 82 có bốn tam giác vuông đồng dạng với nhau từng đôi một, vì chúng có các cặp góc nhọn tương ứng bằng nhau.

Đó là : ΔABC , ΔNMC , ΔHBA , ΔHAC (bốn tam giác trên đã được viết theo các đỉnh tương ứng).



Hình 82

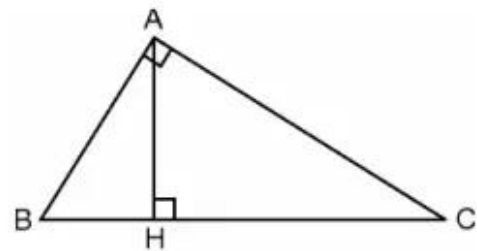
48. (h. 83). Xét hai tam giác vuông HBA và HAC

$$\angle BAH + \angle HAC = 1v ; \quad (1)$$

$$\angle HCA + \angle HAC = 1v . \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\angle BAH = \angle HCA$, và có $\Delta HBA \sim \Delta HAC$.

$$\text{Từ } \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH.$$



Hình 83

49. (h. 84). Giả sử ΔABC vuông ở A, có đường cao AH và $BH = 9\text{cm}$, $CH = 16\text{cm}$. Áp dụng kết quả bài 48, ta có :

$$HA^2 = HB \cdot HC = 9 \cdot 16 = 144.$$

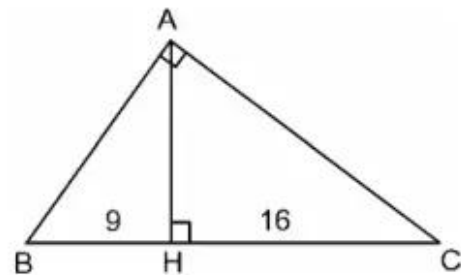
Tính được $HA = 12$ (cm).

Liên tiếp áp dụng định lí Py-ta-go vào các tam giác vuông HBA, HAC tính được :

$$AB^2 = HB^2 + HA^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \Rightarrow AB = 15 \text{ (cm)} ;$$

$$AC^2 = HC^2 + HA^2 = 16^2 + 12^2 = 400 \Rightarrow AC = 20 \text{ (cm)} ;$$

$$BC = BH + CH = 9 + 16 = 25 \text{ (cm)}.$$



Hình 84

50. (h. 85). Áp dụng kết quả bài toán 48, ta có :

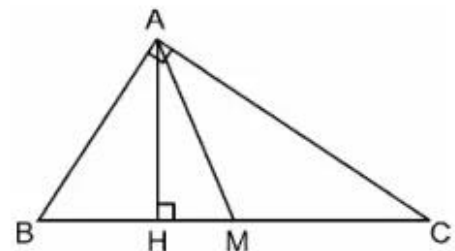
$$AH^2 = BH \cdot CH = 4 \cdot 9 = 36$$

$$\Rightarrow AH = 6 \text{ (cm)}. \text{ Ta có } BC = 13 \text{ (cm)}.$$

Cách 1.

$$S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6 \cdot 13}{2} = 19,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{AHM} = S_{ABM} - S_{BAH} = 19,5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 7,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Hình 85

Cách 2. $BM = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ (cm)} ;$

$HM = 6,5 - 4 = 2,5 \text{ (cm)}.$

Vậy $S_{AHM} = \frac{1}{2} AH \cdot HM = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2,5 = 7,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$

Bài tập bổ sung

8.1. Chọn (C).

8.2. Xét hai tam giác ABC và HBA, ta có :

$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 1v ;$

\widehat{B} là góc nhọn chung.

Vậy $\Delta ABC \sim \Delta HBA.$

Suy ra : $\frac{AB}{HB} = \frac{AC}{HA} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow \frac{m}{HB} = \frac{AC}{n} = \frac{BC}{m}$

$\Rightarrow AC = \frac{mn}{HB}, BC = \frac{m^2}{HB}.$

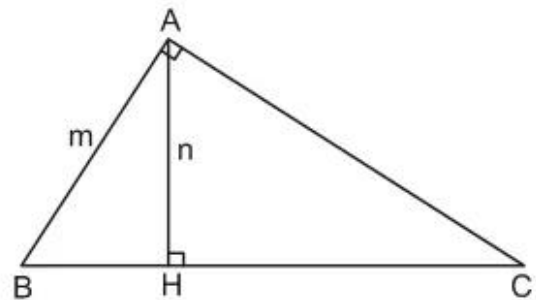
Xét tam giác vuông ABH, ta có :

$HB = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{m^2 - n^2}.$

Từ đó, ta có : $AC = \frac{m \cdot n}{\sqrt{m^2 - n^2}} ; BC = \frac{m^2}{\sqrt{m^2 - n^2}}.$

Với $m = 12,5\text{cm}, n = 10,85\text{cm}$, ta tính được :

$AC \approx 21,85\text{cm} ; BC \approx 25,17\text{cm}.$



Hình bs.13

8.3. a) Xét hai tam giác vuông ABH và CAH có

$\widehat{ABH} = \widehat{CAH}$ (vì cùng phụ với góc BAH).

Do đó $\Delta ABH \sim \Delta CAH$ (g.g).

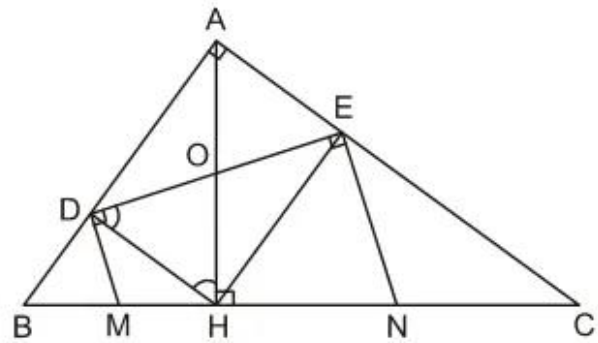
$$\text{Suy ra : } \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$$

$$\Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH = 4 \cdot 9$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{4 \cdot 9} = 6 \text{ (cm).}$$

Mặt khác, $HD \perp AB$ và $HE \perp AC$ nên $ADHE$ là hình chữ nhật.

$$\text{Suy ra : } DE = AH = 6 \text{ (cm).}$$



Hình bs.14

b) Xét tam giác MDH có $\angle MDH = \angle MHD$ (vì cùng bằng góc vuông trừ đi góc bằng nhau $\angle ODH = \angle OHD$).

Suy ra tam giác MDH cân tại M, do đó $MD = MH$. (1)

Vì BHD là tam giác vuông tại D nên $MD = BM$.

Vậy M là trung điểm của BH.

Tương tự, ta cũng có N là trung điểm của CH.

c) Theo chứng minh trên ta có :

$$DM = MH = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \text{ (cm) ;}$$

$$EN = NH = \frac{1}{2}CH = \frac{1}{2} \cdot 9 = 4,5 \text{ (cm) ;}$$

$$DE = AH = 6 \text{ (cm).}$$

DENM là hình thang vuông, do đó diện tích của nó là :

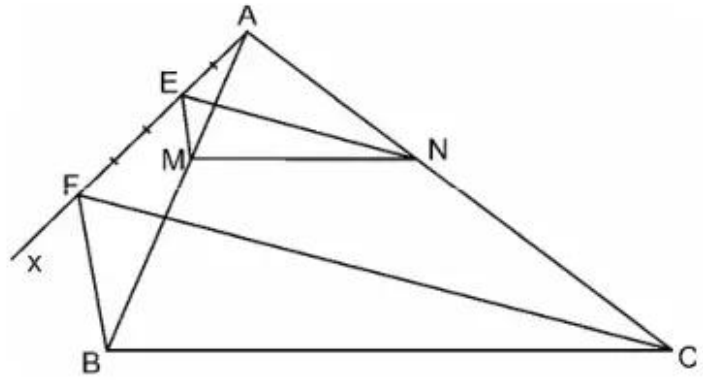
$$S_{DENM} = \frac{1}{2}(DM + EN)DE = \frac{1}{2}(2 + 4,5)6 = 19,5 \text{ (cm}^2\text{).}$$

Ôn tập chương III

51. (h. 86). a) Vẽ tia Ax không chứa các cạnh AB và AC.

Trên Ax, lấy các điểm E, F sao cho $AE = 2$ (đơn vị dài), $EF = 3$ (đơn vị dài).

– Vẽ đường thẳng qua F, B.



Hình 86