

§8. Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông

Có những cách riêng để nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng.

1. Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông

Từ các trường hợp đồng dạng của hai tam giác đã xét trước đây, ta suy ra :

Hai tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu :

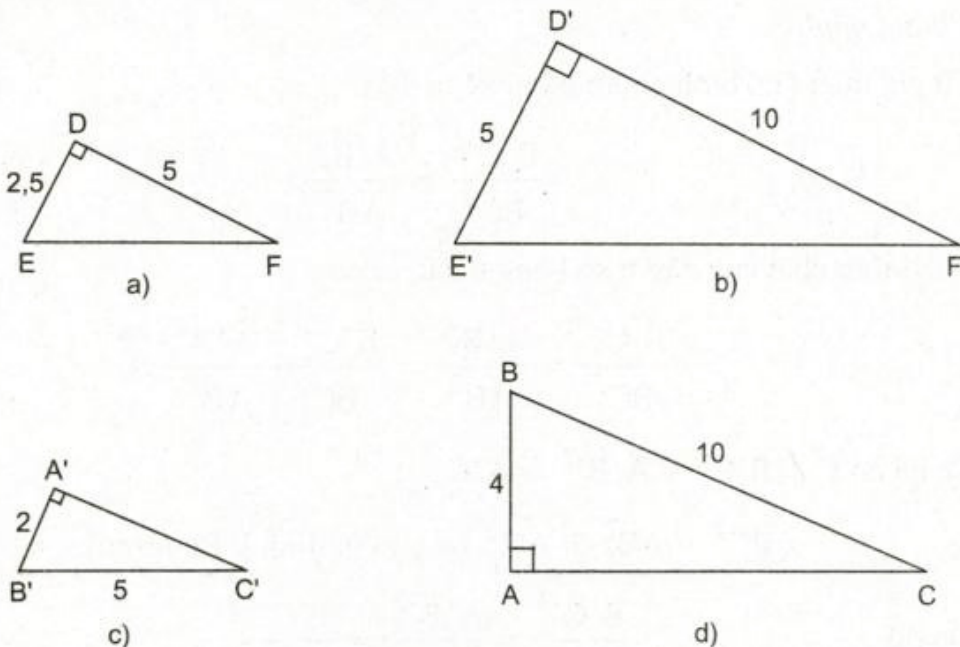
a) Tam giác vuông này có *một góc nhọn* bằng *góc nhọn* của tam giác vuông kia ;

Hoặc

b) Tam giác vuông này có *hai cạnh góc vuông* tỉ lệ với *hai cạnh góc vuông* của tam giác vuông kia.

2. Dấu hiệu đặc biệt nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng

? Hãy chỉ ra các cặp tam giác đồng dạng trong hình 47.



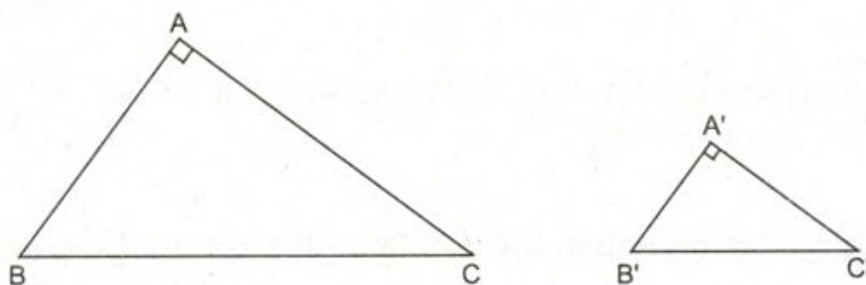
Hình 47

Để xét xem hai tam giác vuông ABC và $A'B'C'$ đã cho có đồng dạng với nhau không, ta còn có định lí sau :

Định lí 1

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

GT	$\Delta ABC, \Delta A'B'C', \widehat{A'} = \widehat{A} = 90^\circ$ $\frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB} \quad (1)$
KL	$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$



Hình 48

Chứng minh :

Từ giả thiết (1), bình phương hai vế ta được :

$$\frac{B'C'^2}{BC^2} = \frac{A'B'^2}{AB^2}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{B'C'^2}{BC^2} = \frac{A'B'^2}{AB^2} = \frac{B'C'^2 - A'B'^2}{BC^2 - AB^2}.$$

Ta lại có : $B'C'^2 - A'B'^2 = A'C'^2$;

$BC^2 - AB^2 = AC^2$ (suy ra từ định lí Py-ta-go).

Do đó :

$$\frac{B'C'^2}{BC^2} = \frac{A'B'^2}{AB^2} = \frac{A'C'^2}{AC^2}. \quad (2)$$

Từ (2), suy ra :
$$\frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}.$$

Vậy $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (trường hợp đồng dạng thứ nhất).

Áp dụng kết quả của định lí đối với hai tam giác vuông $A'B'C'$ và ABC đã cho ở **?** ta thấy rằng :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} \quad (\text{vì } \frac{2}{4} = \frac{5}{10}).$$

Vậy $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$).

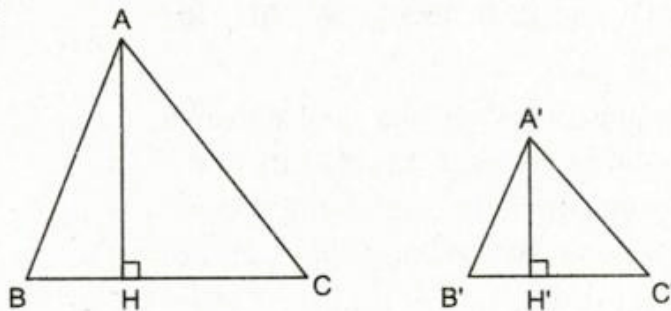
3. Tỉ số hai đường cao, tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

Định lí 2

Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

Học sinh tự chứng minh theo hướng dẫn sau :

Vẽ hai tam giác đồng dạng ABC và $A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng là $k = \frac{A'B'}{AB}$, hai đường cao tương ứng là AH và $A'H'$ (h.49). Chứng minh $\Delta A'B'H' \sim \Delta ABH$ rồi suy ra $\frac{A'H'}{AH} = k$.



Hình 49

Từ Định lí 2, suy ra :

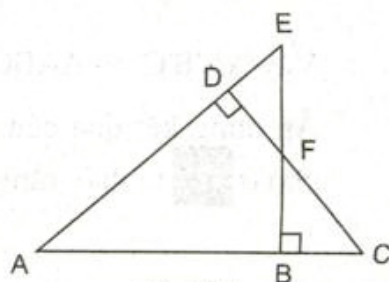
Định lí 3

Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

(Học sinh tự chứng minh).

BÀI TẬP

46. Trên hình 50, hãy chỉ ra các tam giác đồng dạng. Viết các tam giác này theo thứ tự các đỉnh tương ứng và giải thích vì sao chúng đồng dạng?
47. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là 3cm, 4cm, 5cm. Tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC và có diện tích là 54cm^2 . Tính độ dài các cạnh của tam giác A'B'C'.
48. Bóng của một cột điện trên mặt đất có độ dài là 4,5m. Cùng thời điểm đó, một thanh sắt cao 2,1m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 0,6m. Tính chiều cao của cột điện.



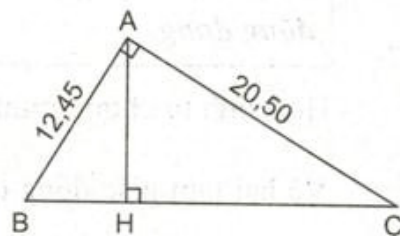
Hình 50

LUYỆN TẬP

49. Ở hình 51, tam giác ABC vuông ở A và có đường cao AH.

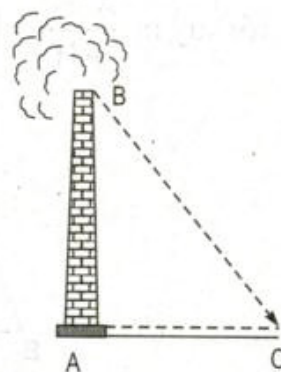
a) Trong hình vẽ có bao nhiêu cặp tam giác đồng dạng với nhau? (Hãy chỉ rõ từng cặp tam giác đồng dạng và viết theo các đỉnh tương ứng).

b) Cho biết $AB = 12,45\text{cm}$, $AC = 20,50\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, AH, BH và CH.



Hình 51

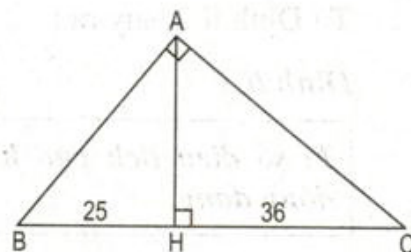
50. Bóng của một ống khói nhà máy trên mặt đất có độ dài là 36,9m. Cùng thời điểm đó, một thanh sắt cao 2,1m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 1,62m. Tính chiều cao của ống khói (h.52).



Hình 52

51. Chân đường cao AH của tam giác vuông ABC chia cạnh huyền BC thành hai đoạn thẳng có độ dài 25cm và 36cm. Tính chu vi và diện tích của tam giác vuông đó (h.53).

Hướng dẫn: Trước tiên tìm cách tính AH từ các tam giác vuông đồng dạng, sau đó tính các cạnh của tam giác ABC.



Hình 53

52. Cho một tam giác vuông, trong đó cạnh huyền dài 20cm và một cạnh góc vuông dài 12cm. Tính độ dài hình chiếu cạnh góc vuông kia trên cạnh huyền.