§6. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Lập phương trình để giải một bài toán như thế nào ?

1. Biểu diễn một đại lượng bởi biểu thức chứa ẩn

Trong thực tế, nhiều đại lượng biến đổi phụ thuộc lẫn nhau. Nếu kí hiệu một trong các đại lượng ấy là x thì các đại lượng khác có thể được biểu diễn dưới dạng một biểu thức của biến x.

Ví dụ 1. Gọi x (km/h) là vận tốc của một ôtô. Khi đó :

Quãng đường ôtô đi được trong 5 giờ là 5x (km).

Thời gian để ôtô đi được quãng đường 100km là $\frac{100}{x}$ (h).

?1 *Giả sử hàng ngày bạn Tiến dành x phút để tập chạy. Hãy viết biểu thức với biến x biểu thị :*

a) *Quãng đường Tiến chạy được trong x phút, nếu chạy với vận tốc trung bình là 180m/ph.*

b) *Vận tốc trung bình của Tiến (tính theo km/h), nếu trong x phút Tiến chạy được quãng đường là 4500m.*

?2 *Gọi x là số tự nhiên có hai chữ số (ví dụ x = 12). Hãy lập biểu thức biểu thị số tự nhiên có được bằng cách :*

a) *Viết thêm chữ số 5 vào bên trái số x (ví dụ : 12 → 512, tức là 500 + 12) ;*

b) *Viết thêm chữ số 5 vào bên phải số x (ví dụ : 12 → 125, tức là 12 × 10 + 5).*

2. Ví dụ về giải bài toán bằng cách lập phương trình

Ví dụ 2 (Bài toán cổ).

Vừa gà vừa chó
Bó lại cho tròn
Ba mươi sáu con
Một trăm chân chẵn.
Hỏi có bao nhiêu gà, bao nhiêu chó ?

Giải :

– Gọi x là số gà, với điều kiện x phải là số nguyên dương và nhỏ hơn 36.

Khi đó số chân gà là 2x. Vì cả gà lẫn chó có 36 con nên số chó là 36 – x và số chân chó là 4(36 – x). Tổng số chân là 100 nên ta có phương trình :

$$2x + 4(36 - x) = 100.$$

– Giải phương trình trên :

$$2x + 4(36 - x) = 100 \Leftrightarrow 2x + 144 - 4x = 100$$
$$\Leftrightarrow 44 = 2x$$
$$\Leftrightarrow x = 22.$$

– Kiểm tra lại, ta thấy x = 22 thoả mãn các điều kiện của ẩn. Vậy số gà là 22 (con). Từ đó suy ra số chó là 36 – 22 = 14 (con).

Tóm tắt các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bước 1. Lập phương trình :

– Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số ;

– Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết ;

– Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải phương trình.

Bước 3. Trả lời : Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

?3 *Giải bài toán trong Ví dụ 2 bằng cách chọn x là số chó.*

BÀI TẬP

34. Mẫu số của một phân số lớn hơn tử số của nó là 3 đơn vị. Nếu tăng cả tử và mẫu của nó thêm 2 đơn vị thì được phân số mới bằng $\frac{1}{2}$. Tìm phân số ban đầu.

35. Học kì một, số học sinh giỏi của lớp 8A bằng $\frac{1}{8}$ số học sinh cả lớp. Sang học kì hai, có thêm 3 bạn phấn đấu trở thành học sinh giỏi nữa, do đó số học sinh giỏi bằng 20% số học sinh cả lớp. Hỏi lớp 8A có bao nhiêu học sinh ?

36. (Bài toán nói về cuộc đời nhà toán học Đi-ô-phăng, lấy trong Hợp tuyển Hi Lạp – Cuốn sách gồm 46 bài toán về số, viết dưới dạng thơ trào phúng).

Thời thơ ấu của Đi-ô-phăng chiếm $\frac{1}{6}$ cuộc đời

$\frac{1}{12}$ cuộc đời tiếp theo là thời thanh niên sôi nổi

Thêm $\frac{1}{7}$ cuộc đời nữa ông sống độc thân

Sau khi lập gia đình được 5 năm thì sinh một con trai

Nhưng số mệnh chỉ cho con sống bằng nửa đời cha

Ông đã từ trần 4 năm sau khi con mất

Đi-ô-phăng sống bao nhiêu tuổi, hãy tính cho ra ?

Có thể em chưa biết

Người ta gọi ông là Đi-ô-phăng (Diophantos) của vùng A-lếch-xăng-đri-a (Ai Cập) mà không biết rõ về năm sinh và quốc tịch của ông. Nhiều tài liệu cho rằng ông sống vào thế kỉ III (khoảng năm 250).

Ông là người có ảnh hưởng lớn đến sự phát triển của Đại số và Số học. Công trình quan trọng nhất của ông là bộ sách Arithmetica (Số học). Bộ sách phân tích lí thuyết đại số về số và nói về cách giải khoảng 130 bài toán. Phần lớn các bài toán này đều dẫn đến phương trình bậc nhất và bậc hai, đặc biệt là các phương trình vô định (tức là các phương trình có nhiều hơn một ẩn số). Ngày nay, thuật ngữ phương trình Đi-ô-phăng được dùng để chỉ các phương trình vô định mà ta chỉ quan tâm đến các nghiệm nguyên của chúng mà thôi.

Đi-ô-phăng cũng là người sớm dùng kí hiệu ζ (đọc là zêta) để chỉ số chưa biết với ghi chú rằng các chữ cái Hi Lạp khác cũng có thể dùng như vậy.