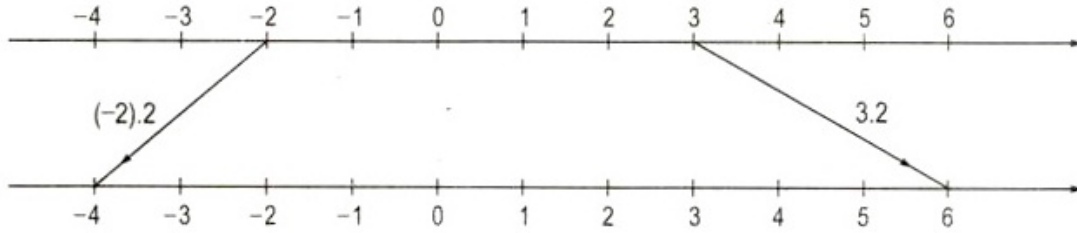


## §2. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

Bất đẳng thức  $(-2).c < 3.c$  có luôn luôn xảy ra với số  $c$  bất kì hay không ?

### 1. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương

Hình vẽ sau minh họa kết quả : Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức  $-2 < 3$  với 2 thì được bất đẳng thức  $(-2).2 < 3.2$ .



**?1** a) Nhân cả hai vế của bất đẳng thức  $-2 < 3$  với 5091 thì được bất đẳng thức nào ?

b) Dự đoán kết quả : Nhân cả hai vế của bất đẳng thức  $-2 < 3$  với số  $c$  dương thì được bất đẳng thức nào ?

**Tính chất.** Với ba số  $a, b$  và  $c$  mà  $c > 0$ , ta có :

Nếu  $a < b$  thì  $ac < bc$  ; nếu  $a \leq b$  thì  $ac \leq bc$  ;

Nếu  $a > b$  thì  $ac > bc$  ; nếu  $a \geq b$  thì  $ac \geq bc$ .

**Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức với cùng một số dương ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.**

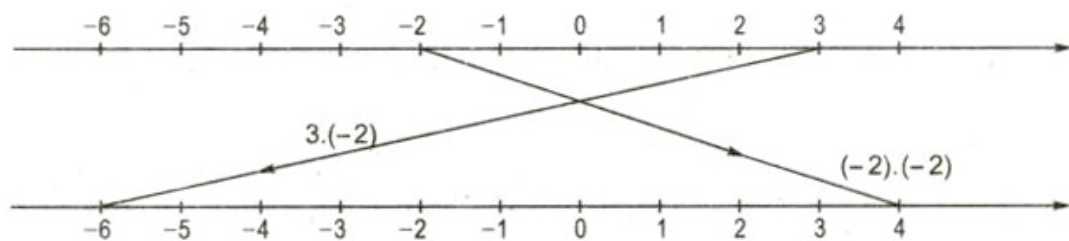
**?2** Đặt dấu thích hợp ( $<$ ,  $>$ ) vào ô vuông :

a)  $(-15,2) \cdot 3,5 \square (-15,08) \cdot 3,5$  ;

b)  $4,15 \cdot 2,2 \square (-5,3) \cdot 2,2$ .

## 2. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số âm

Hình vẽ sau minh họa kết quả : Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức  $-2 < 3$  với  $-2$  thì được bất đẳng thức  $(-2) \cdot (-2) > 3 \cdot (-2)$ .



**?3** a) Nhân cả hai vế của bất đẳng thức  $-2 < 3$  với  $-345$  thì được bất đẳng thức nào ?

b) Dự đoán kết quả : Nhân cả hai vế của bất đẳng thức  $-2 < 3$  với số  $c$  âm thì được bất đẳng thức nào ?

**Tính chất.** Với ba số  $a, b$  và  $c$  mà  $c < 0$ , ta có :

Nếu  $a < b$  thì  $ac > bc$  ; nếu  $a \leq b$  thì  $ac \geq bc$  ;

Nếu  $a > b$  thì  $ac < bc$  ; nếu  $a \geq b$  thì  $ac \leq bc$ .

Hai bất đẳng thức  $-2 < 3$  và  $4 > 3,5$  (hay  $-3 > -5$  và  $2 < 4$ ) được gọi là hai bất đẳng thức *ngược chiều*.

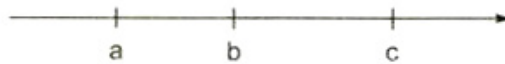
*Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm ta được bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho.*

**?4** Cho  $-4a > -4b$ , hãy so sánh  $a$  và  $b$ .

**?5** Khi chia cả hai vế của bất đẳng thức cho cùng một số khác 0 thì sao ?

### 3. Tính chất bắc cầu của thứ tự

Với ba số  $a, b$  và  $c$  ta thấy rằng nếu  $a < b$  và  $b < c$  thì  $a < c$ . Tính chất này gọi là tính chất *bắc cầu* :



Tương tự, các thứ tự lớn hơn ( $>$ ), nhỏ hơn hoặc bằng ( $\leq$ ), lớn hơn hoặc bằng ( $\geq$ ) cũng có tính chất bắc cầu.

Có thể dùng tính chất bắc cầu để chứng minh bất đẳng thức.

**Ví dụ.** Cho  $a > b$ . Chứng minh  $a + 2 > b - 1$ .

*Giải :*

Cộng 2 vào hai vế của bất đẳng thức  $a > b$ , ta được

$$a + 2 > b + 2. \quad (1)$$

Cộng  $b$  vào hai vế của bất đẳng thức  $2 > -1$ , ta được

$$b + 2 > b - 1. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), theo tính chất bắc cầu, suy ra

$$a + 2 > b - 1.$$

### BÀI TẬP

5. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai ? Vì sao ?

a)  $(-6).5 < (-5).5$  ;

b)  $(-6).(-3) < (-5).(-3)$  ;

c)  $(-2003).(-2005) \leq (-2005).2004$  ;

d)  $-3x^2 \leq 0$ .

6. Cho  $a < b$ , hãy so sánh :

$$2a \text{ và } 2b ; 2a \text{ và } a + b ; -a \text{ và } -b.$$

7. Số  $a$  là số âm hay dương nếu :

$$12a < 15a ? \quad 4a < 3a ? \quad -3a > -5a ?$$

8. Cho  $a < b$ , chứng tỏ :

a)  $2a - 3 < 2b - 3$  ;

b)  $2a - 3 < 2b + 5$ .

### LUYỆN TẬP

9. Cho tam giác ABC. Các khẳng định sau đúng hay sai :

a)  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} > 180^\circ$  ;

b)  $\widehat{A} + \widehat{B} < 180^\circ$  ;

c)  $\widehat{B} + \widehat{C} \leq 180^\circ$  ;

d)  $\widehat{A} + \widehat{B} \geq 180^\circ$  ?

10. a) So sánh  $(-2) \cdot 3$  và  $-4,5$ .

b) Từ kết quả câu a) hãy suy ra các bất đẳng thức sau :

$$(-2) \cdot 30 < -45 ; \quad (-2) \cdot 3 + 4,5 < 0.$$

11. Cho  $a < b$ , chứng minh :

a)  $3a + 1 < 3b + 1$  ;

b)  $-2a - 5 > -2b - 5$ .

12. Chứng minh :

a)  $4 \cdot (-2) + 14 < 4 \cdot (-1) + 14$  ;

b)  $(-3) \cdot 2 + 5 < (-3) \cdot (-5) + 5$ .

13. So sánh  $a$  và  $b$  nếu :

a)  $a + 5 < b + 5$  ;

b)  $-3a > -3b$  ;

c)  $5a - 6 \geq 5b - 6$  ;

d)  $-2a + 3 \leq -2b + 3$ .

14. Cho  $a < b$ , hãy so sánh :

a)  $2a + 1$  với  $2b + 1$  ;

b)  $2a + 1$  với  $2b + 3$ .



### Có thể em chưa biết

Cô-si (Cauchy) là nhà toán học Pháp nghiên cứu nhiều lĩnh vực Toán học khác nhau. Ông có nhiều công trình về Số học, Đại số, Giải tích,... Có một bất đẳng thức mang tên ông có rất nhiều ứng dụng trong việc chứng minh các bất đẳng thức và giải các bài toán tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của các biểu thức.

Bất đẳng thức Cô-si cho hai số là :



Cauchy (1789 - 1857)

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \text{ với } a \geq 0, b \geq 0.$$

Bất đẳng thức này còn được gọi là *bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân*.

Em có thể tìm được một cách chứng minh bất đẳng thức trên trong sách Bài tập.