

§5. Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

Đưa về phương trình không chứa dấu giá trị tuyệt đối bằng cách nào ?

1. Nhắc lại về giá trị tuyệt đối

Giá trị tuyệt đối của số a, kí hiệu là $|a|$, được định nghĩa như sau :

$$|a| = a \text{ khi } a \geq 0 ;$$

$$|a| = -a \text{ khi } a < 0.$$

Chẳng hạn : $|5| = 5$, $|0| = 0$, $|-3,5| = 3,5$.

Theo định nghĩa trên, ta có thể bỏ dấu giá trị tuyệt đối tùy theo giá trị của biểu thức ở trong dấu giá trị tuyệt đối là âm hay không âm.

Ví dụ 1. Bỏ dấu giá trị tuyệt đối và rút gọn các biểu thức :

a) $A = |x - 3| + x - 2$ khi $x \geq 3$; b) $B = 4x + 5 + |-2x|$ khi $x > 0$.

Giải :

a) Khi $x \geq 3$, ta có $x - 3 \geq 0$ nên $|x - 3| = x - 3$. Vậy

$$A = x - 3 + x - 2 = 2x - 5.$$

b) Khi $x > 0$, ta có $-2x < 0$ nên $|-2x| = -(-2x) = 2x$. Vậy

$$B = 4x + 5 + 2x = 6x + 5.$$

?1 Rút gọn các biểu thức :

a) $C = |-3x| + 7x - 4$ khi $x \leq 0$; b) $D = 5 - 4x + |x - 6|$ khi $x < 6$.

2. Giải một số phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

Ví dụ 2. Giải phương trình $|3x| = x + 4$. (1)

Giải :

Ta có $|3x| = 3x$ khi $3x \geq 0$ hay $x \geq 0$;

$|3x| = -3x$ khi $3x < 0$ hay $x < 0$.

Vậy để giải phương trình (1) ta quy về giải hai phương trình sau :

a) Phương trình $3x = x + 4$ với điều kiện $x \geq 0$.

Ta có $3x = x + 4 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Giá trị $x = 2$ thoả mãn điều kiện $x \geq 0$, nên 2 là nghiệm của phương trình (1).

b) Phương trình $-3x = x + 4$ với điều kiện $x < 0$.

Ta có $-3x = x + 4 \Leftrightarrow -4x = 4 \Leftrightarrow x = -1$.

Giá trị $x = -1$ thoả mãn điều kiện $x < 0$, nên -1 là nghiệm của phương trình (1).

Tổng hợp các kết quả trên, ta có tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \{-1 ; 2\}$.

Ví dụ 3. Giải phương trình $|x - 3| = 9 - 2x$. (2)

Giải :

Ta có $|x - 3| = x - 3$ khi $x - 3 \geq 0$ hay $x \geq 3$;

$|x - 3| = -(x - 3)$ khi $x - 3 < 0$ hay $x < 3$.

Vậy để giải phương trình (2), ta quy về giải hai phương trình sau :

a) Phương trình $x - 3 = 9 - 2x$ với điều kiện $x \geq 3$.

Ta có $x - 3 = 9 - 2x \Leftrightarrow 3x = 9 + 3 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$.

Giá trị $x = 4$ thoả mãn điều kiện $x \geq 3$, nên 4 là nghiệm của (2).

b) Phương trình $-(x - 3) = 9 - 2x$ với điều kiện $x < 3$.

Ta có $-(x - 3) = 9 - 2x \Leftrightarrow -x + 3 = 9 - 2x \Leftrightarrow x = 6$.

Giá trị $x = 6$ không thoả mãn điều kiện $x < 3$, ta loại.

Tổng hợp các kết quả trên, ta có tập nghiệm của phương trình (2) là $S = \{4\}$.

?2

Giải các phương trình :

a) $|x + 5| = 3x + 1$;

b) $|-5x| = 2x + 21$.

BÀI TẬP

35. Bỏ dấu giá trị tuyệt đối và rút gọn các biểu thức :

a) $A = 3x + 2 + |5x|$ trong hai trường hợp : $x \geq 0$ và $x < 0$;

b) $B = |-4x| - 2x + 12$ trong hai trường hợp : $x \leq 0$ và $x > 0$;

c) $C = |x - 4| - 2x + 12$ khi $x > 5$;

d) $D = 3x + 2 + |x + 5|$.

36. Giải các phương trình :

a) $|2x| = x - 6$;

b) $|-3x| = x - 8$;

c) $|4x| = 2x + 12$;

d) $|-5x| - 16 = 3x$.

37. Giải các phương trình :

a) $|x - 7| = 2x + 3$;

b) $|x + 4| = 2x - 5$;

c) $|x + 3| = 3x - 1$;

d) $|x - 4| + 3x = 5$.