§4. Phương trình tích

> Để giải một phương trình, lại phải giải nhiều phương trình. Sao thế nhỉ ?

?1 *Phân tích đa thức $P(x) = (x^2 - 1) + (x + 1)(x - 2)$ thành nhân tử.*

Trong bài này, chúng ta cũng chỉ xét các phương trình mà *hai vế của nó là hai biểu thức hữu tỉ của ẩn và không chứa ẩn ở mẫu.*

1. Phương trình tích và cách giải

?2 *Hãy nhớ lại một tính chất của phép nhân các số, phát biểu tiếp các khẳng định sau :*

Trong một tích, nếu có một thừa số bằng 0 thì . . . ; ngược lại, nếu tích bằng 0 thì ít nhất một trong các thừa số của tích . . .

Ví dụ 1. Giải phương trình $(2x - 3)(x + 1) = 0$.

Phương pháp giải :

Tính chất nêu trên của phép nhân các số có thể viết :

$$ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ hoặc } b = 0 \text{ (a và b là hai số).}$$

Tương tự, đối với phương trình ta cũng có :

$$(2x - 3)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \text{ hoặc } x + 1 = 0.$$

Do đó ta phải giải hai phương trình :

1) $2x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = 1{,}5$.

2) $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm : $x = 1{,}5$ và $x = -1$. Ta còn viết : Tập nghiệm của phương trình là $S = \{1{,}5 ; -1\}$.

• Phương trình như trong Ví dụ 1 được gọi là *phương trình tích.*

Sau đây chúng ta xét các phương trình tích có dạng $A(x)B(x) = 0$. Để giải các phương trình này, ta áp dụng công thức :

$$\boxed{A(x)B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \textit{ hoặc } B(x) = 0.}$$

Như vậy, muốn giải phương trình $A(x)B(x) = 0$, ta giải hai phương trình $A(x) = 0$ và $B(x) = 0$, rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng.

2. Áp dụng

Ví dụ 2. Giải phương trình $(x + 1)(x + 4) = (2 - x)(2 + x)$.

Giải : Ta biến đổi phương trình đã cho thành phương trình tích như sau :

$$(x + 1)(x + 4) = (2 - x)(2 + x)$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x + 4) - (2 - x)(2 + x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + 4x + 4 - 2^2 + x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(2x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } 2x + 5 = 0.$$

1) $x = 0$;

2) $2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -2,5$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{0 ; -2,5\}$.

Nhận xét

Trong Ví dụ 2, ta đã thực hiện hai bước giải sau :

Bước 1. Đưa phương trình đã cho về dạng phương trình tích.

Trong bước này, ta chuyển tất cả các hạng tử sang vế trái (lúc này, vế phải là 0), rút gọn rồi *phân tích đa thức thu được ở vế trái thành nhân tử.*

Bước 2. Giải phương trình tích rồi kết luận.

?3 *Giải phương trình* $(x - 1)(x^2 + 3x - 2) - (x^3 - 1) = 0$.

• Trường hợp vế trái là tích của nhiều hơn hai nhân tử, ta cũng giải tương tự.

Ví dụ 3. Giải phương trình $2x^3 = x^2 + 2x - 1$.

Giải : Ta có

$$2x^3 = x^2 + 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x^3 - 2x) - (x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x^2 - 1) - (x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(2x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 1)(2x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = 0 \text{ hoặc } x - 1 = 0 \text{ hoặc } 2x - 1 = 0.$$

1) $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$;

2) $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$;

3) $2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0,5$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1 ; 1 ; 0,5\}$.

?4 *Giải phương trình* $(x^3 + x^2) + (x^2 + x) = 0$.

BÀI TẬP

21. Giải các phương trình :

a) $(3x - 2)(4x + 5) = 0$; b) $(2,3x - 6,9)(0,1x + 2) = 0$;

c) $(4x + 2)(x^2 + 1) = 0$; d) $(2x + 7)(x - 5)(5x + 1) = 0$.

22. Bằng cách phân tích vế trái thành nhân tử, giải các phương trình sau :

a) $2x(x - 3) + 5(x - 3) = 0$; b) $(x^2 - 4) + (x - 2)(3 - 2x) = 0$;

c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$; d) $x(2x - 7) - 4x + 14 = 0$;

e) $(2x - 5)^2 - (x + 2)^2 = 0$; f) $x^2 - x - (3x - 3) = 0$.

LUYỆN TẬP

23. Giải các phương trình :

a) $x(2x - 9) = 3x(x - 5)$; b) $0,5x(x - 3) = (x - 3)(1,5x - 1)$;

c) $3x - 15 = 2x(x - 5)$; d) $\frac{3}{7}x - 1 = \frac{1}{7}x(3x - 7)$.

24. Giải các phương trình :

a) $(x^2 - 2x + 1) - 4 = 0$; b) $x^2 - x = -2x + 2$;

c) $4x^2 + 4x + 1 = x^2$; d) $x^2 - 5x + 6 = 0$.

25. Giải các phương trình :

a) $2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x$;

b) $(3x - 1)(x^2 + 2) = (3x - 1)(7x - 10)$.

26. TRÒ CHƠI *(chạy tiếp sức)*

Chuẩn bị :

Giáo viên chia lớp thành n nhóm, mỗi nhóm gồm 4 em sao cho các nhóm đều có em học giỏi, học khá, học trung bình,... Mỗi nhóm tự đặt cho nhóm mình một cái tên, chẳng hạn, nhóm "*Con Nhím*", nhóm "*Ốc Nhồi*", nhóm "*Đoàn Kết*",... Trong mỗi nhóm, học sinh tự đánh số từ 1 đến 4. Như vậy sẽ có n học sinh số 1, n học sinh số 2,...

Giáo viên chuẩn bị 4 đề toán về *giải phương trình*, đánh số từ 1 đến 4. Mỗi đề toán được phôtôcopy thành n bản và cho mỗi bản vào một phong bì riêng. Như vậy sẽ có n bì chứa đề toán số 1, n bì chứa đề toán số 2,... Các đề toán được chọn theo nguyên tắc sau :

Đề số 1 chứa x ; đề số 2 chứa x và y ; đề số 3 chứa y và z ; đề số 4 chứa z và t. (Xem bộ đề mẫu dưới đây).

Đề số 1 : *Giải phương trình* $2(x-2)+1=x-1$.

Đề số 2 : *Thế giá trị của x (bạn số 1 vừa tìm được) vào rồi tìm y trong phương trình* $(x+3)y=x+y$.

Đề số 3 : *Thế giá trị của y (bạn số 2 vừa tìm được) vào rồi tìm z trong phương trình* $\frac{1}{3}+\frac{3z+1}{6}=\frac{3y+1}{3}$.

Đề số 4 : *Thế giá trị của z (bạn số 3 vừa tìm được) vào rồi tìm t trong phương trình*

$$z(t^2-1)=\frac{1}{3}(t^2+t), \text{ với điều kiện } t>0.$$

Cách chơi :

Tổ chức mỗi nhóm học sinh ngồi theo hàng dọc, hàng ngang, hay vòng tròn quanh một cái bàn, tuỳ điều kiện riêng của lớp.

Giáo viên phát đề số 1 cho học sinh số 1 của các nhóm, đề số 2 cho học sinh số 2,...

Khi có hiệu lệnh, học sinh số 1 của các nhóm nhanh chóng mở đề số 1, giải rồi chuyển giá trị x tìm được cho bạn số 2 của nhóm mình. Khi nhận được giá trị x đó, học sinh số 2 mới được phép mở đề, thay giá trị của x vào, giải phương trình để tìm y rồi chuyển đáp số cho bạn số 3 của nhóm mình. Học sinh số 3 cũng làm tương tự... Học sinh số 4 chuyển giá trị tìm được của t cho giáo viên (đồng thời là giám khảo).

Nhóm nào nộp kết quả đúng đầu tiên thì thắng cuộc.