

§3. Tính chất đường phân giác của tam giác

Đường phân giác của một góc trong tam giác chia cạnh đối diện với góc đó thành hai đoạn thẳng theo tỉ số nào ?

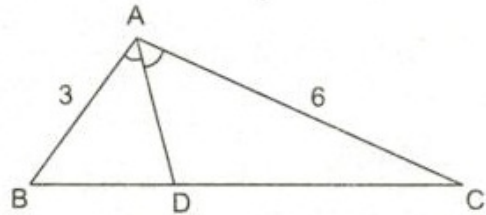
1. Định lí

?1 Vẽ tam giác ABC , biết :

$$AB = 3\text{cm} ; AC = 6\text{cm} ; \hat{A} = 100^\circ .$$

Dựng đường phân giác AD của góc A (bằng compa, thước thẳng), đo độ dài các đoạn thẳng DB, DC rồi so sánh các

tỉ số $\frac{AB}{AC}$ và $\frac{DB}{DC}$ (h.20).



Hình 20

Ta có $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$ (đường phân giác AD chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy). Kết quả trên đúng với tất cả các tam giác nhờ định lí sau đây :

Định lí

Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

GT	ΔABC AD là tia phân giác của \widehat{BAC} ($D \in BC$)
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

Chứng minh :

Qua đỉnh B vẽ đường thẳng song song với AC, cắt đường thẳng AD tại điểm E (h.21).

Ta có :

$$\widehat{BAE} = \widehat{CAE} \text{ (giả thiết).}$$

Vì $BE \parallel AC$, nên $\widehat{BEA} = \widehat{CAE}$ (so le trong).

Suy ra $\widehat{BAE} = \widehat{BEA}$. Do đó tam giác ABE cân tại B, suy ra

$$BE = AB. \tag{1}$$

Áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét đối với tam giác DAC, ta có :

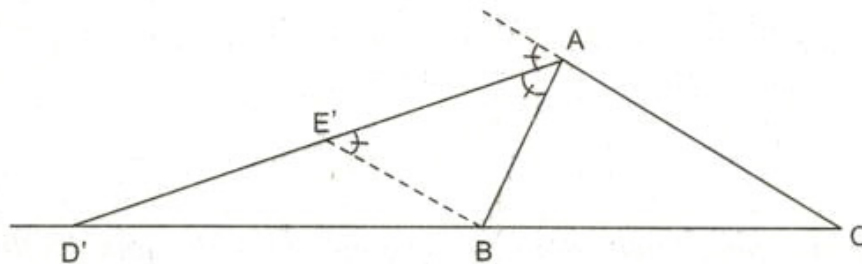
$$\frac{DB}{DC} = \frac{BE}{AC}. \tag{2}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

2. Chú ý

Định lí vẫn đúng đối với tia phân giác của góc ngoài của tam giác. Trong hình 22 ta có :

$$\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC} \text{ (} AB \neq AC \text{)}.$$

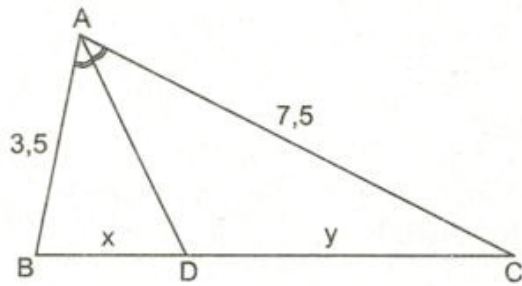


Hình 22

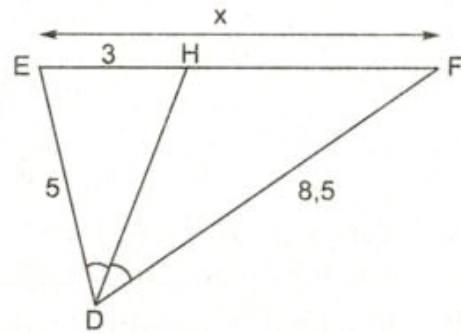
22 Xem hình 23a.

a) Tính $\frac{x}{y}$.

b) Tính x khi $y = 5$.



a)



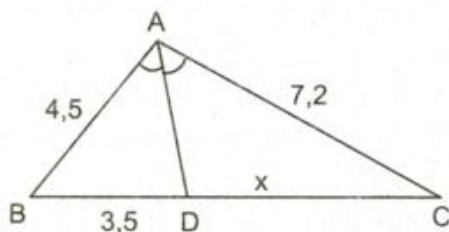
b)

Hình 23

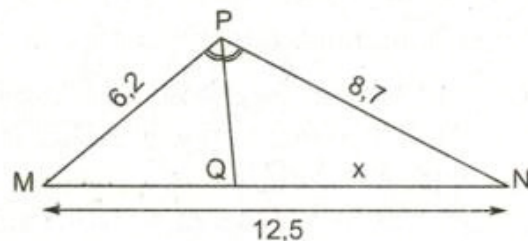
23 Tính x trong hình 23b.

BÀI TẬP

15. Tính x trong hình 24 và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.



a)

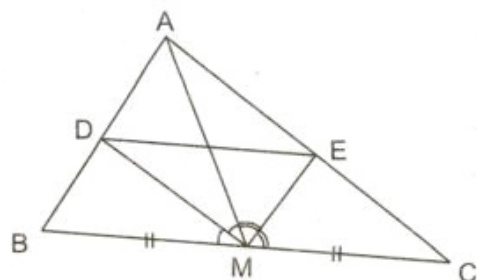


b)

Hình 24

16. Tam giác ABC có độ dài các cạnh $AB = m$, $AC = n$ và AD là đường phân giác. Chứng minh rằng tỉ số diện tích của tam giác ABD và diện tích của tam giác ACD bằng $\frac{m}{n}$.

17. Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM. Tia phân giác của góc AMB cắt cạnh AB ở D, tia phân giác của góc AMC cắt cạnh AC ở E. Chứng minh rằng $DE \parallel BC$ (h.25).



Hình 25

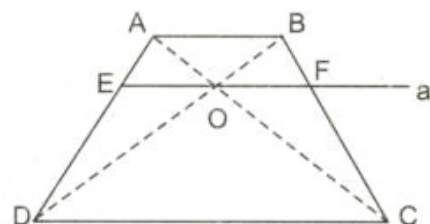
LUYỆN TẬP

18. Tam giác ABC có $AB = 5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$ và $BC = 7\text{cm}$. Tia phân giác của góc BAC cắt cạnh BC tại E. Tính các đoạn EB, EC.
19. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Đường thẳng a song song với DC, cắt các cạnh AD và BC theo thứ tự tại E và F.

Chứng minh rằng :

$$\text{a) } \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} ; \quad \text{b) } \frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} ; \quad \text{c) } \frac{DE}{DA} = \frac{CF}{CB} .$$

20. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Đường thẳng a qua O và song song với đáy của hình thang cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại E và F (h.26).



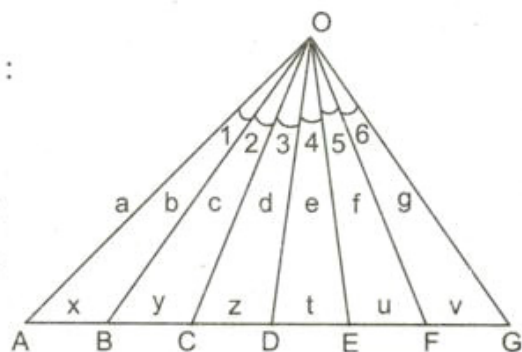
Hình 26

21. a) Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM và đường phân giác AD. Tính diện tích tam giác ADM, biết $AB = m$, $AC = n$ ($n > m$) và diện tích của tam giác ABC là S.
- b) Cho $n = 7\text{cm}$, $m = 3\text{cm}$, hỏi diện tích tam giác ADM chiếm bao nhiêu phần trăm diện tích tam giác ABC ?

22. **Đố.** Hình 27 cho biết có 6 góc bằng nhau :

$$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 = \widehat{O}_3 = \widehat{O}_4 = \widehat{O}_5 = \widehat{O}_6 .$$

Kích thước các đoạn thẳng đã được ghi trên hình. Hãy thiết lập những tỉ lệ thức từ các kích thước đã cho.



Hình 27