II – HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

§1. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. MỤC TIÊU

– HS hiểu rõ khái niệm phân thức đại số.

– HS có khái niệm về hai phân thức bằng nhau để nắm vững tính chất cơ bản của phân thức.

B. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1. Vì sao trong định nghĩa phân thức đại số ta phải nói riêng một câu : "Mỗi đa thức được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1" ?

– Trước hết không phải hiển nhiên mỗi đa thức đều là một phân thức vì đa thức không có dạng $\frac{A}{B}$, $B \neq 0$. Song, sau khi xây dựng được trường phân thức ta có một đơn cấu từ vành đa thức vào trường phân thức, nó biến mỗi đa thức A thành phân thức $\frac{A}{1}$. Nhờ đơn cấu này người ta đã đồng nhất A với $\frac{A}{1}$ để coi rằng vành đa thức là một vành con của trường phân thức, hay ngược lại, trường phân thức là một mở rộng của vành đa thức.

2. Người ta cũng đã đồng nhất số 0 với đa thức 0. Vì thế, số 0 lại được đồng nhất với phân thức $\frac{0}{1}$ và được gọi là phân thức 0.

Theo định nghĩa hai phân thức bằng nhau, ta có : $\frac{A}{B}$ là phân thức 0 khi và chỉ khi A = 0. Thật vậy, $\frac{A}{B} = \frac{0}{1}$ khi và chỉ khi A.1 = B.0 hay A = 0.

3. Như đã nói trong phần "Giới thiệu chương", quan điểm của ta về phân thức đại số là quan điểm đại số : ta coi phân thức như một đối tượng của toán học mà trên tập hợp các đối tượng này ta trang bị bốn phép toán : cộng, trừ, nhân, chia. Theo quan điểm này, với hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ ta có : $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ A.D = B.C. Định nghĩa này và định nghĩa hai phân thức bằng nhau như hai hàm số bằng nhau trước đây là tương đương. Thật vậy, rõ ràng nếu $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ theo định nghĩa đại số thì A.D = B.C. Do đó khi mỗi biến nhận một giá trị bất kì mà giá trị của B và của D khác 0 thì giá trị tương ứng của $\frac{A}{B}$ cũng bằng giá trị tương ứng của $\frac{C}{D}$; nghĩa là $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ như những hàm số. Ngược lại, ta sẽ chứng minh rằng nếu $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ như những hàm số thì A.D = B.C như những đa thức. Trước hết, xét trường hợp A = A(x), B = B(x), C = C(x), D = D(x) là những đa thức của một biến x. Để chứng minh ta dùng một định lí về nghiệm của đa thức nói rằng *một đa thức một biến bậc n > 0 trên trường số thực có nhiều nhất n nghiệm* ; do đó nếu đa thức

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_0$$

có quá n nghiệm thì nó là đa thức 0. Giả sử tập xác định của $\frac{A(x)}{B(x)}$ là $\mathbf{R} \setminus \{x_1, x_2, ..., x_m\}$, của $\frac{C(x)}{D(x)}$ là $\mathbf{R} \setminus \{y_1, y_2, ..., y_n\}$. Thế thì $\frac{A(r)}{B(r)} = \frac{C(r)}{D(r)}$ và do đó A(r).D(r) = B(r).C(r) hay A(r).D(r) – B(r).C(r) = 0 với mọi $r \in \mathbf{R} \setminus (\{x_1, x_2, ..., x_m\} \cup \{y_1, y_2, ..., y_n\})$. Vì đa thức A(x).D(x) – B(x).C(x) chỉ có hữu hạn nghiệm, còn $\mathbf{R} \setminus (\{x_1, x_2, ..., x_m\} \cup \{y_1, y_2, ..., y_n\})$ là tập vô hạn nên A(x).D(x) – B(x).C(x) = 0 hay

$$A(x).D(x) = B(x).C(x).$$

Vậy ta lại có $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ theo định nghĩa đại số. Bây giờ giả sử sự tương đương giữa hai định nghĩa đã được chứng minh cho trường hợp phân thức của n – 1 biến, ta sẽ chứng minh điều khẳng định cũng đúng trong trường hợp n biến. Ta chỉ cần xét trường hợp hai biến. Giả sử $\frac{A(r, s)}{B(r, s)} = \frac{C(r, s)}{D(r, s)}$ với mọi $(r, s) \in \mathscr{D}_1 \cap \mathscr{D}_2$, trong đó $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$ lần lượt là tập xác định của hai hàm số $\frac{A(x, y)}{B(x, y)}$, $\frac{C(x, y)}{D(x, y)}$, ta sẽ chứng minh

$$A(x, y)D(x, y) = B(x, y)C(x, y) \text{ hay } A(x, y)D(x, y) - B(x, y)C(x, y) = 0.$$

Ta có thể viết

$$A(x, y)D(x, y) - B(x, y)C(x, y) = P_0(x) + P_1(x)y + ... + P_k(x)y^k \quad (1)$$

trong đó mỗi $P_i(x)$ là một đa thức của biến x. Trong số các $(r, s) \in \mathscr{D}_1 \cap \mathscr{D}_2$, cố định một r_0, khi đó $B(r_0, y)$ và $D(r_0, y)$ là hai đa thức của một biến y. Chúng chỉ có một số hữu hạn nghiệm nên có vô số giá trị s để $B(r_0, s) \neq 0$ và $D(r_0, s) \neq 0$. Vì thế có vô số giá trị của s để $\frac{A(r_0, s)}{B(r_0, s)} = \frac{C(r_0, s)}{D(r_0, s)}$, do đó $A(r_0, s)D(r_0, s) -$ $- B(r_0, s)C(r_0, s) = 0$. Lại theo định lí về nghiệm của đa thức, ta suy ra $A(r_0, y)D(r_0, y) - B(r_0, y)C(r_0, y)$ là đa thức 0. Do đó các hệ tử của đa thức này bằng 0 ; tức là $P_i(r_0) = 0$, với i = 0, 1, 2, ..., k. Nhưng cũng như lập luận về tính vô hạn của s ở trên, ta cũng khẳng định rằng có vô số giá trị r mà $(r, s) \in$ $\in \mathscr{D}_1 \cap \mathscr{D}_2$. Vì thế đa thức $P_i(x)$ cũng có vô số nghiệm. Suy ra mọi $P_i(x)$ đều là đa thức 0. Vậy theo (1), đa thức hai biến $A(x, y)D(x, y) - B(x, y)C(x, y)$ là đa thức 0 hay $A(x, y)D(x, y) = B(x, y)C(x, y)$.

C. GỢI Ý DẠY HỌC

• Có thể vào đề như sau :

Chương trước đã cho ta thấy trong tập các đa thức, không phải mỗi đa thức đều chia hết cho mọi đa thức khác 0. Cũng giống như trong tập các số nguyên, không phải mỗi số nguyên đều chia hết cho mọi số nguyên khác 0 ; nhưng thêm các phân số vào tập các số nguyên thì phép chia cho mọi số khác 0 đều thực hiện được. Ở đây ta cũng thêm vào tập đa thức những phần tử mới tương tự như phân số mà ta sẽ gọi là *phân thức đại số*. Dần dần qua từng bài học của chương này, cuối cùng ta sẽ thấy rằng trong tập các phân thức đại số, mỗi đa thức đều chia được cho mọi đa thức khác 0.

• Nên cho HS ôn lại định nghĩa hai phân số bằng nhau.

1. Định nghĩa

Để giới thiệu định nghĩa phân thức đại số, GV cho HS quan sát các biểu thức đã cho trong SGK và giới thiệu : Các biểu thức như thế được gọi là những phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) ; rồi GV phát biểu chính xác định nghĩa phân thức đại số.

Cho hoạt động $\boxed{?1}$ để HS củng cố định nghĩa.

Cho hoạt động $\boxed{?2}$ để khẳng định thêm rằng mọi số thực đều là phân thức.

2. Hai phân thức bằng nhau

Để định nghĩa hai phân thức bằng nhau, GV chuyển tiếp rằng trên tập hợp các phân số có những phân số bằng nhau. Cho một HS nhắc lại định nghĩa hai phân số bằng nhau. GV viết ở góc bảng (phía trên, bên phải) : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$.

GV nói rằng trên tập hợp các phân thức đại số ta cũng định nghĩa hai phân thức bằng nhau một cách tương tự, rồi giới thiệu ngay định nghĩa và cho ví dụ trong SGK nhằm hai mục đích : minh hoạ định nghĩa và cho biết cách chứng minh hai phân thức bằng nhau.

Hoạt động $\boxed{?3}$ và $\boxed{?4}$ nhằm mục đích củng cố định nghĩa hai phân thức bằng nhau.

Hoạt động $\boxed{?5}$ để củng cố định nghĩa hai phân thức bằng nhau và cũng để ngăn ngừa một dạng sai lầm của HS trong cách rút gọn. (Nếu có HS cho rằng bạn Quang đúng vì có thể "xoá bỏ 3x ở tử và mẫu" thì nhân cơ hội này ta chỉ rõ sai lầm của HS).

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

1. a), b) : GV tự giải ;

c) $(x + 2)(x^2 - 1) = (x + 2)(x + 1)(x - 1)$;

d) $(x^2 - x - 2)(x - 1) = x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x + 1)(x^2 - 3x + 2)$;

e) $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$.

2. Kiểm tra : $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x} = \frac{x - 3}{x}$ và $\frac{x - 3}{x} = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x}$.

(Bằng kiến thức của GV, nhờ định lí Vi-ét có thể thấy ngay

$$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3) \text{ và } x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3).$$

Do đó có thể rút gọn phân thức đầu và phân thức cuối thành phân thức thứ hai).

3. Ta có : $(...)(x - 4) = x(x^2 - 16) = x(x + 4)(x - 4)$.

Vậy phải điền vào chỗ trống đa thức $x(x + 4)$ hay $x^2 + 4x$.

E. TÀI LIỆU BỔ SUNG

Có thể cho HS làm thêm bài tập 1, 2, 3, Ch. II, SBT Toán 8 tập một.

GV có thể tìm đọc thêm cuốn : ĐA THỨC – PHÂN THỨC ĐẠI SỐ – PHƯƠNG TRÌNH – *Nhà xuất bản Giáo dục – 1999*. Tác giả : *NGUYỄN DUY THUẬN*.