§2. DIỆN TÍCH HÌNH CHỮ NHẬT

A. MỤC TIÊU

– HS nắm vững công thức tính diện tích hình chữ nhật, hình vuông, tam giác vuông.

– HS hiểu rằng để chứng minh các công thức đó cần vận dụng các tính chất của diện tích đa giác.

– HS vận dụng được các công thức đã học và các tính chất của diện tích trong giải toán.

B. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

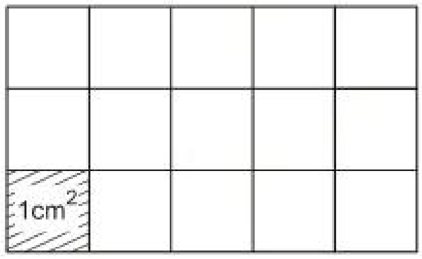
a) GV giải thích vì sao định lí về diện tích hình chữ nhật lại được thừa nhận (không chứng minh). Lí do là :

Tuy có thể nêu cách chứng minh định lí trong trường hợp hai kích thước a, b có số đo là các số nguyên dương nhưng trong trường hợp a, b là các số hữu tỉ dương hoặc là các số thực dương tuỳ ý, thì ta không thể thực hiện được vì lí do sư phạm, do đó ta thừa nhận công thức tính diện tích hình chữ nhật.

Có thể chứng minh $S = ab$ (a và b là hai kích thước của hình chữ nhật) trong trường hợp $a, b \in \mathbf{N}^*$ như sau :

Giả sử $a = 5$, $b = 3$. Đơn vị dài là 1cm.

Chia các cạnh hình chữ nhật thành các đoạn thẳng có độ dài 1cm (h.84). Qua các điểm chia, vẽ các đường thẳng song song với các cạnh hình chữ nhật. Ta được 15 hình vuông. Mỗi hình vuông có cạnh là 1cm.



Hình 84

Theo tính chất 3 của diện tích, ta suy ra mỗi hình vuông có diện tích bằng $1cm^2$.

Theo tính chất 1 và tính chất 2 của diện tích ta có : tất cả các hình vuông đều có diện tích bằng nhau và

$$S = 5 \,.\, 3 = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$$

tức là $$S = a.b.$$

b) Khi áp dụng công thức để tính diện tích thì các cạnh phải lấy theo cùng một đơn vị đo độ dài và lấy đơn vị đo diện tích tương ứng với đơn vị đo độ dài đã chọn. Chẳng hạn :

Nếu a = 5cm và b = 3cm thì $S = 5 \,.\, 3 = 15$ (cm^2).

Nếu a = 4dm và b = 3cm thì $S = 4 \,.\, 0{,}3 = 1{,}2$ (dm^2)

hoặc $S = 40 \,.\, 3 = 120$ (cm^2).

c) Các công thức $S = a^2$ (diện tích hình vuông cạnh a) và $S = \frac{1}{2}ab$ (diện tích tam giác vuông cạnh a, b) được coi là hệ quả của công thức S = ab (diện tích hình chữ nhật cạnh a, b).

C. GỢI Ý DẠY HỌC

GV hướng dẫn HS lần lượt thực hiện các hoạt động sau :

Hoạt động 1. Thực hiện $\boxed{?1}$ SGK : Tìm hiểu khái niệm diện tích đa giác.

Hoạt động 2. Thực hiện $\boxed{?2}$ SGK.

a) Viết công thức và phát biểu định lí về diện tích hình vuông.

Từ diện tích hình chữ nhật bằng ab suy ra diện tích hình vuông bằng a^2 như thế nào ?

b) Viết công thức và phát biểu định lí về diện tích tam giác vuông.

Từ diện tích hình chữ nhật bằng ab suy ra diện tích tam giác bằng $\frac{1}{2}ab$ như thế nào ?

Hoạt động 3. Thực hiện $\boxed{?3}$ SGK.

Các tính chất của diện tích đa giác được vận dụng trong chứng minh công thức tính diện tích hình tam giác vuông như thế nào ?

Hoạt động 4. Vận dụng các công thức vừa thành lập.

a) Làm bài tập 6 SGK.

b) Làm bài tập 8 SGK.

Hướng dẫn công việc ở nhà của HS

a) Làm các bài tập 7, 9, 10 SGK.

b) Vì sao công thức tính diện tích hình chữ nhật là cơ sở để suy ra công thức tính diện tích hình vuông, tam giác vuông ?

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

6. Công thức tính diện tích hình chữ nhật là S = ab, như vậy diện tích S của hình chữ nhật vừa tỉ lệ thuận với chiều dài a, vừa tỉ lệ thuận với chiều rộng b của nó.

a) Nếu $a' = 2a$, $b' = b$ thì $S' = 2a.b = 2ab = 2S$.

b) Nếu $a' = 3a$, $b' = 3b$ thì $S' = 3a.3b = 9ab = 9S$.

c) Nếu $a' = 4a$, $b' = \frac{b}{4}$ thì $S' = 4a.\frac{b}{4} = ab = S$.

7. Gọi S là diện tích nền nhà của gian phòng và S' là diện tích của các cửa thì

$$\frac{S'}{S} = \frac{4}{22,68} \ (< 20\%).$$

Vậy gian phòng không đạt mức chuẩn về ánh sáng.

8. Đo hai cạnh góc vuông rồi áp dụng công thức để tính diện tích tam giác vuông đó.

9. Diện tích tam giác ABE là 6x (cm^2).

Diện tích hình vuông là 144 (cm^2).

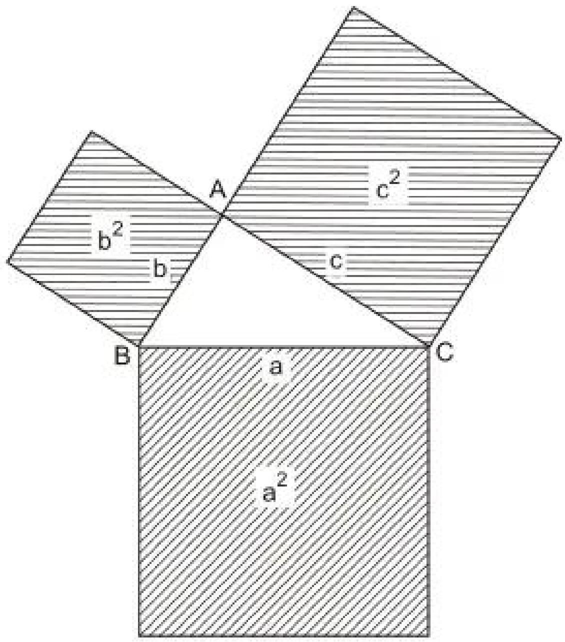
Theo đề bài, ta có $6x = \frac{144}{3}$

suy ra x = 8 (cm).

10. Giả sử tam giác vuông ABC có cạnh huyền là a và hai cạnh góc vuông là b, c (h.85).

Diện tích hình vuông dựng trên cạnh huyền a là a^2.

Tổng diện tích hai hình vuông dựng trên hai cạnh góc vuông b, c là $b^2 + c^2$.



Hình 85

Theo định lí Py-ta-go, ta có :

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Vậy : Trong một tam giác vuông, tổng diện tích của hai hình vuông dựng trên hai cạnh góc vuông bằng diện tích hình vuông dựng trên cạnh huyền.

Sau đây là một cách chứng minh định lí Py-ta-go bằng diện tích.

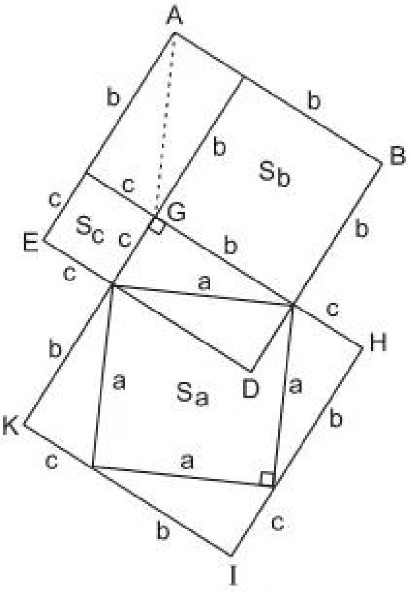
Trên hình 86, hai hình vuông ABDE và GHIK cùng có cạnh bằng b + c.

$$S_{ABDE} = (b+c)^2 = S_b + S_c + 4.\frac{bc}{2} \quad (1)$$

$$S_{GHIK} = (b+c)^2 = S_a + 4.\frac{bc}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$S_a = S_b + S_c.$$

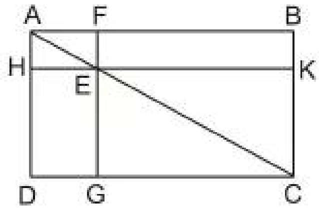


Hình 86

11. Các hình này bằng nhau theo tính chất 2 của diện tích.

12. Diện tích mỗi hình là sáu ô vuông.

13. Xem hình 87, ta thấy :



Hình 87

$$S_{ABC} = S_{ADC}$$

$$S_{AFE} = S_{AHE}$$

$$S_{EKC} = S_{EGC}$$

Suy ra : $S_{ABC} - S_{AFE} - S_{EKC} = S_{ADC} - S_{AHE} - S_{EGC}$

hay $S_{EFBK} = S_{EGDH}$.

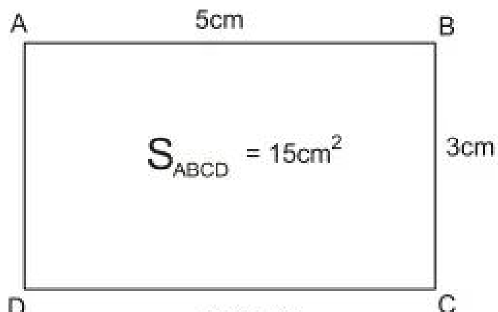
14. Nhớ rằng : $1km^2 = 1000000m^2$

$1a = 100m^2$

$1ha = 10000m^2$.

15. (h.88) a) Hình chữ nhật kích thước $1cm \times 12cm$ có diện tích là $12cm^2$ và chu vi là 26cm.

• Hình chữ nhật kích thước $2cm \times 7cm$ có diện tích là $14cm^2$ và chu vi là 18cm.



Hình 88

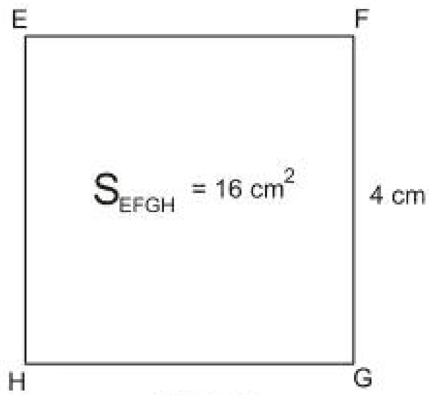
• Như vậy vẽ được vô số hình chữ nhật có diện tích bé hơn nhưng có chu vi lớn hơn hình chữ nhật ABCD cho trước.

b) (h.89) Cạnh hình vuông có chu vi bằng chu vi hình chữ nhật là $\frac{(3+5).2}{4} = 4(\text{cm})$.

Diện tích hình vuông này là $4.4 = 16(\text{cm}^2)$

Vậy $S_{\text{hình chữ nhật}} < S_{\text{hình vuông}}$.

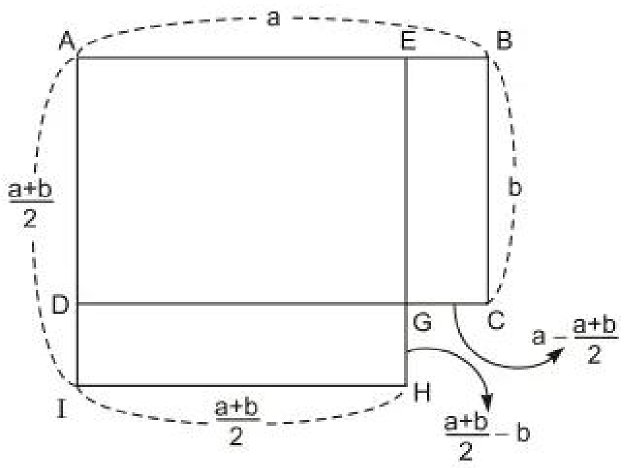
Trong các hình chữ nhật có cùng chu vi thì hình vuông có diện tích lớn nhất.



Hình 89

Thật vậy, ta có : $4ab + (a-b)^2 = (a+b)^2 = k^2$ (1)

($a + b = k$ không đổi – là nửa chu vi của hình chữ nhật).



Hình 90

Vì $(a-b)^2 \geq 0$ với mọi a, b nên từ (1) suy ra $ab \leq \frac{k^2}{4}$.

Tích ab lớn nhất bằng $\frac{k^2}{4}$ khi và chỉ khi $a = b$. Do đó diện tích hình chữ nhật có chu vi không đổi đạt giá trị lớn nhất khi nó là hình vuông.

Hình 90 chứng tỏ hình chữ nhật cạnh a, b ($a > b$) có diện tích nhỏ hơn diện tích hình vuông cạnh $\frac{a+b}{2}$.

Trên hình 90, với $a = 5\text{cm}$, $b = 3\text{cm}$, $\frac{a+b}{2} = 4\text{cm}$, $a - \frac{a+b}{2} = 1\text{cm}$, $\frac{a+b}{2} - b = 1\text{cm}$.

$S_{EBCG} = 3\text{cm}^2$, $S_{DGHI} = 4\text{cm}^2$, $S_{AEGD} = 12\text{cm}^2$, $S_{ABCD} = 15\text{cm}^2$, $S_{AEHI} = 16\text{cm}^2$.

Một cách tổng quát :

Hình chữ nhật EBCG có một cạnh bằng $a - \frac{a+b}{2}$, cạnh kia bằng b.

Hình chữ nhật DGHI có một cạnh bằng $\frac{a+b}{2} - b$, cạnh kia bằng $\frac{a+b}{2}$.

Mà $a - \frac{a+b}{2}$ bằng $\frac{a+b}{2} - b$ và $b < \frac{a+b}{2}$ (theo giả thiết a > b) nên :

$$S_{EBCG} < S_{DGHI}.$$

Từ đó (cộng thêm S_{AEGD} vào mỗi vế bất đẳng thức) ta có $S_{ABCD} < S_{AEHI}$.

E. TÀI LIỆU THAM KHẢO

Diện tích đa giác

Trong toán học, người ta đã chứng minh được mệnh đề : Mỗi đa giác P bao giờ cũng tương ứng một và chỉ một số thực dương S_p thoả mãn các tính chất sau :

1) Hai đa giác bằng nhau thì hai số tương ứng bằng nhau, có nghĩa là :

$$\text{Nếu } P = Q \text{ thì } S_P = S_Q$$

2) Nếu một đa giác được chia thành những đa giác không có điểm trong chung thì số tương ứng với đa giác bằng tổng các số tương ứng với các đa giác thành phần, có nghĩa là :

Nếu $P = P_1 \cup P_2 \cup ... \cup P_n$ và các P_i $(i = \overline{1,n})$ không có điểm trong chung thì $S_P = S_{P_1} + S_{P_2} + ... + S_{P_n}$.

3) Hình vuông có cạnh bằng một đơn vị dài thì tương ứng với số 1.

Số dương duy nhất thoả mãn ba tính chất nói trên được gọi là *diện tích của đa giác P*.

Nói cách khác, ta có ánh xạ S từ tập hợp $\mathcal{M}$ các đa giác P vào tập hợp $\mathbf{R}_+$ các số thực dương :

$$S : \mathcal{M} \to \mathbf{R}_+$$
$$P \mapsto S_P$$

thỏa mãn hai điều kiện 2) và 3) nêu trên.

Nhờ ánh xạ trên, ta có thể đặt tương ứng với mỗi đa giác P một số dương duy nhất S_P mà ta gọi là diện tích của đa giác P.