

§3. RÚT GỌN PHÂN THỨC

A. MỤC TIÊU

HS nắm vững và vận dụng được quy tắc rút gọn phân thức.

HS bước đầu nhận biết được những trường hợp cần đổi dấu và biết cách đổi dấu để xuất hiện nhân tử chung của tử và mẫu.

Điều này cần tiếp tục rèn luyện cho HS ở nhiều bài tiếp theo để HS đạt tới mức thành thạo và có kỹ năng thực hiện nhanh trong các bài toán quy đồng mẫu thức.

B. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1. Ta nhớ rằng theo định nghĩa, với hai phân thức $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$ thì $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ khi và chỉ khi $A.D = B.C$. Từ đó suy ra tính chất cơ bản của phân thức là : nếu $\frac{A}{B}$ là một phân thức và C là một đa thức khác 0 thì $\frac{A.C}{B.C} = \frac{A}{B}$. Vì vậy việc rút gọn

phân thức $\frac{A.C}{B.C}$ thành phân thức $\frac{A}{B}$ là một phép biến đổi *một phân thức thành một phân thức bằng phân thức đã cho* chứ không phải biến một hàm số thành một hàm số bằng hàm số đã cho. Do đó nó không liên quan gì đến điều kiện của biến để giá trị của phân thức được xác định.

2. Nhu cầu cần đổi dấu thường dễ nhận thấy sau khi đã phân tích tử và mẫu của phân thức thành nhân tử. Tuy nhiên, cũng có những trường hợp ngay từ bước đầu HS có thể nhận thấy nhu cầu đổi dấu và nếu HS biết nhận xét điều đó ngay từ đầu thì sẽ rất có ích cho việc quy đồng mẫu thức sau này. Vì thế, không bắt buộc HS phải thực hiện việc đổi dấu ở một bước quy định nào đó.

3. Cũng như phân số, ta cũng có khái niệm phân thức tối giản. Đó là phân thức mà tử và mẫu là hai đa thức nguyên tố cùng nhau. (Có thể tìm thấy những khái niệm này trong cuốn ĐA THỨC – PHÂN THỨC ĐẠI SỐ – PHƯƠNG TRÌNH, sách đã dẫn). Một phân thức được coi là đã rút gọn triệt để nếu phân thức rút gọn là tối giản. Tuy nhiên, đối với HS ta không thể nói điều này mà chỉ cần HS hiểu rằng việc rút gọn được coi là triệt để nếu (theo yêu cầu của chương trình) không còn khả năng tìm được nhân tử chung của tử và mẫu.

C. GỢI Ý DẠY HỌC

- Cần kiểm tra sự hiểu biết của HS về tính chất cơ bản của phân thức.
- Có thể giới thiệu bài học như sau :

Nhờ tính chất cơ bản của phân số mọi phân số đều có thể rút gọn. Phân thức cũng có tính chất giống như tính chất cơ bản của phân số. Ta hãy xét xem có thể rút gọn phân thức như thế nào ?

GV có thể dẫn dắt : "Nếu cả tử và mẫu của phân thức có nhân tử chung thì sau khi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung ta sẽ được một phân thức đơn giản hơn". GV cho HS thực hiện hoạt động [?]1. GV viết kết quả lên bảng :

$$\frac{4x^3}{10x^2y} = \frac{2x \cdot 2x^2}{5y \cdot 2x^2} = \frac{2x}{5y}$$

Để HS có khái niệm về rút gọn phân thức có thể cho HS nhận xét : tử và mẫu của phân thức tìm được có hệ số nhỏ hơn (nếu hệ số là những số tự nhiên), có số mũ của các lũy thừa thấp hơn (so với hệ số và số mũ tương ứng trong phân thức đã cho).

GV có thể chia HS trong lớp thành nhiều nhóm và cho mỗi nhóm làm một bài tập tương tự hoạt động [?1]. Chẳng hạn,

$$\frac{-14x^3y^2}{21xy^5} = \dots; \frac{15x^2y^4}{20xy^5} = \dots; \frac{6x^3y}{-12x^2y} = \dots; \frac{-8x^2y^2}{10x^3y^3} = \dots.$$

Đối với hoạt động [?2], sau khi HS làm xong GV viết lên bảng :

$$\frac{5x+10}{25x^2+50x} = \frac{5(x+2)}{25x(x+2)} = \frac{1}{5x}.$$

Cách viết này như một bài mẫu về cách trình bày một bài rút gọn.

Tương tự như trong trường hợp trên, có thể cho mỗi nhóm HS làm một bài tập khác nhau tương tự như [?2]. Chẳng hạn, rút gọn các phân thức :

$$\frac{x^2+2x+1}{5x^3+5x^2}; \frac{x^2-4x+4}{3x-6}; \frac{4x+10}{2x^2+5x}; \frac{x(x-3)^2}{x^2-9}.$$

Cũng tùy theo trình độ HS mà có thể cho HS tự rút ra nhận xét hay GV giới thiệu nhận xét.

Ở đây ta không nêu thành quy tắc vì có những bài rút gọn không cần làm theo các bước nêu trong nhận xét. Chẳng hạn, rút gọn phân thức

$$\frac{(x+1)^2 - (x^2+1)}{x^2-1}, \text{ ta có :}$$

$$\frac{(x+1)^2 - x^2 - 1}{x^2-1} = \frac{2x}{x^2-1}.$$

- Ví dụ 2 dẫn đến sự cần thiết dùng quy tắc đổi dấu.

Cho HS thực hiện hoạt động [?4] và có thể làm thêm bài tập thực hành.

Chẳng hạn, rút gọn các phân thức : $\frac{3x-6}{4-x^2}; \frac{x^2-x}{1-x}; \frac{x-1}{(1-x)^3}.$

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

7. a), b), c) GV tự làm.

$$d) \frac{x^2 - xy - x + y}{x^2 + xy - x - y} = \frac{x(x-y) - (x-y)}{x(x+y) - (x+y)} = \frac{(x-y)(x-1)}{(x+y)(x-1)} = \frac{x-y}{x+y}.$$

8. GV tự làm.

$$9. \text{ a) } \frac{36(x-2)^3}{32-16x} = \frac{36(x-2)^3}{-(16x-32)} = \frac{36(x-2)^3}{-16(x-2)} = \frac{9(x-2)^2}{-4}.$$

Cũng có thể viết :

$$\frac{36(x-2)^3}{32-16x} = \frac{36(x-2)^3}{16(2-x)} = \frac{36[-(2-x)]^3}{16(2-x)} = \frac{-36(2-x)^3}{16(2-x)} = \frac{-9(2-x)^2}{4}.$$

Cần lưu ý : HS dễ nhầm rằng $(2-x)^2 = -(x-2)^2$. Nên giải thích rằng

$(2-x)^2 = [-(x-2)]^2 = [-(x-2)].[-(x-2)] = (x-2)^2$ và tổng quát :

$(a-b)^{2n} = (b-a)^{2n}$, $(a-b)^{2n+1} = -(b-a)^{2n+1}$ với $n \in \mathbf{N}^*$.

$$\text{b) } \frac{x^2 - xy}{5y^2 - 5xy} = \frac{x(x-y)}{5y(y-x)} = \frac{-x(y-x)}{5y(y-x)} = \frac{-x}{5y}.$$

$$10. \frac{x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 - 1} = \frac{x^6(x+1) + x^4(x+1) + x^2(x+1) + (x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{(x+1)(x^6 + x^4 + x^2 + 1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x-1}.$$

Đối với GV, ta có thể khẳng định rằng việc rút gọn như thế là triệt để vì nếu tử còn có thể chia hết cho mẫu thì 1 phải là nghiệm của tử thức, nhưng để thấy điều đó không đúng. Tuy nhiên HS chưa thể biết điều này.

11. GV tự làm.

$$12. \text{ a) } \frac{3x^2 - 12x + 12}{x^4 - 8x} = \frac{3(x^2 - 4x + 4)}{x(x^3 - 8)}$$

$$= \frac{3(x-2)^2}{x(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{3(x-2)}{x(x^2 + 2x + 4)}.$$

$$\text{b) } \frac{7x^2 + 14x + 7}{3x^2 + 3x} = \frac{7(x^2 + 2x + 1)}{3x(x+1)} = \frac{7(x+1)^2}{3x(x+1)} = \frac{7(x+1)}{3x}.$$

$$13. \text{ a) } \frac{45x(3-x)}{15x(x-3)^3} = \frac{3(3-x)}{(x-3)^3} = \frac{-3(x-3)}{(x-3)^3} = \frac{-3}{(x-3)^2}.$$

b) Khi giải câu này đầu tiên ta cũng cho HS thực hiện theo cách phân tích tử và mẫu thành nhân tử để xuất hiện nhu cầu phải đổi dấu :

$$\frac{y^2 - x^2}{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3} = \frac{(y+x)(y-x)}{(x-y)^3} = \frac{-(x+y)(x-y)}{(x-y)^3} = \frac{-(x+y)}{(x-y)^2}$$

Sau đó có thể cho HS tập suy luận bằng cách nhận xét thứ tự của x và y ở tử và mẫu của phân thức đã cho để suy đoán rằng cần phải đổi dấu (và có thể đổi dấu trước khi phân tích tử và mẫu thành nhân tử) :

$$\frac{y^2 - x^2}{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3} = \frac{-(x^2 - y^2)}{(x-y)^3} = \frac{-(x+y)(x-y)}{(x-y)^3} = \frac{-(x+y)}{(x-y)^2}$$

E. TÀI LIỆU BỔ SUNG

- Có thể cho thêm những bài tập trong số các bài từ 9 đến 12 trong SBT Toán 8 tập một, Ch.II.

- Có thể cho thêm bài tập sau :

Rút gọn phân thức :

a) $\frac{y^2 - 2xy + x^2}{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}$;

b) $\frac{x-y}{(y-x)^2}$.

Mục đích của các bài tập này là để chứng tỏ rằng có những trường hợp có thể thay đổi vị trí của các số hạng ở tử hoặc mẫu mà không cần đặt dấu trừ trước ngoặc vì ta đã sử dụng tính chất giao hoán của những phép toán nào đó hoặc thực chất đã đổi dấu một số lần.