

§5. PHÉP CỘNG CÁC PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. MỤC TIÊU

1. HS nắm vững và vận dụng được quy tắc cộng các phân thức đại số.

2. HS biết cách trình bày quá trình thực hiện một phép tính cộng :

- Tìm mẫu thức chung ;

- Viết một dãy biểu thức bằng nhau theo trình tự :

- Tổng đã cho ;

- Tổng đã cho với mẫu thức đã được phân tích thành nhân tử ;

- Tổng các phân thức đã quy đồng mẫu thức ;

- Cộng các tử thức, giữ nguyên mẫu thức ;

- Rút gọn (nếu có thể).

3. HS biết nhận xét để có thể áp dụng tính chất giao hoán, kết hợp của phép cộng làm cho việc thực hiện phép tính được đơn giản hơn.

B. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1. Thật ra phép cộng hai phân thức được định nghĩa một cách tổng quát như sau :

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A.D + B.C}{B.D}$$

Song ở đây, phép cộng được giới thiệu qua các ví dụ và để cho HS dễ hiểu ta đã trình bày tuần tự theo lược đồ trình bày phép cộng hai phân số.

2. Quy tắc cộng hai phân thức thực sự là *định nghĩa của phép cộng* hai phân thức vì nếu $\frac{A}{B}, \frac{C}{D}, \frac{A'}{B'}, \frac{C'}{D'}$ là những phân thức sao cho $\frac{A}{B} = \frac{A'}{B'}, \frac{C}{D} = \frac{C'}{D'}$

thì $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A'}{B'} + \frac{C'}{D'}$.

Có thể tìm đọc thêm điều này trong cuốn ĐA THỨC – PHÂN THỨC ĐẠI SỐ – PHƯƠNG TRÌNH, sách đã dẫn.

3. Bước đáng lưu ý trong quy tắc cộng hai phân thức là bước rút gọn kết quả. Việc này không chỉ nhằm làm cho kết quả của phép tính đẹp đẽ mà còn rèn luyện cho HS một thói quen làm việc cẩn thận, chu đáo và một thói quen phải đạt được kết quả tối ưu trong công việc.

C. GỢI Ý DẠY HỌC

- Có thể dẫn dắt HS tới bài học như sau :

Sau khi đã biết phân thức là gì và các tính chất của phân thức đại số, bắt đầu từ bài này ta sẽ học các quy tắc tính trên các phân thức đại số. Đầu tiên là quy tắc cộng. Có thể tiến hành bài giảng như sau.

1. Cộng hai phân thức cùng mẫu thức

GV phát biểu ngay quy tắc, cho ví dụ minh họa.

Cho HS thực hành bằng bài tập trong [?]1. Tùy theo trình độ HS, GV có thể cho nhiều bài tập tương tự và chia lớp thành nhiều nhóm nhỏ, mỗi nhóm đồng thời giải một bài. Chẳng hạn, cộng các phân thức :

$$\frac{4x - 1}{5x^3} + \frac{3x + 1}{5x^3} ; \frac{2x - 6}{x + 2} + \frac{x + 12}{x + 2} ; \frac{3x - 2}{2(x - 1)} + \frac{1 - 2x}{2(x - 1)}$$

2. Cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau

Để nêu lên quy tắc cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau ta cho HS tự giải bài tập trong [?]2 hoặc nếu HS khá hơn có thể cho thêm một số ví dụ khác, chẳng hạn, làm tính cộng :

$$\frac{9}{x^2 + 6x} + \frac{3}{2x + 12}, \frac{3 - 2x}{x^2 - 9} + \frac{1}{2x - 6} ; \frac{6 + x}{x^2 + 3x} + \frac{3}{2x + 6} ; \dots$$

và có thể hướng dẫn HS suy luận bằng những câu hỏi :

– Có thể biến các phân thức đã cho thành các phân thức cùng mẫu thức không ? Hãy thực hiện phép tính.

Vậy có thể nêu lên quy tắc cộng hai phân thức khác mẫu thức như thế nào ?

Không cần giải bài giải mẫu trong SGK mà chỉ cần cho HS xem cách trình bày để áp dụng vào hoạt động [?3].

Chú ý. GV giới thiệu các tính chất của phép cộng và nói rằng có thể chứng minh các tính chất này. Cho HS giải bài tập trong [?4] :

$$\begin{aligned} \frac{2x}{x^2 + 4x + 4} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{2-x}{x^2 + 4x + 4} &= \frac{2x}{x^2 + 4x + 4} + \frac{2-x}{x^2 + 4x + 4} + \frac{x+1}{x+2} = \\ &= \frac{x+2}{(x+2)^2} + \frac{x+1}{x+2} = \frac{1}{x+2} + \frac{x+1}{x+2} = 1. \end{aligned}$$

D. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

21. GV tự làm.

22. Chú ý đổi dấu ở số hạng cần thiết :

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2x^2 - x}{x-1} + \frac{x+1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x-1} &= \frac{2x^2 - x}{x-1} + \frac{-x-1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x-1} = \\ &= \frac{2x^2 - x - x - 1 + 2 - x^2}{x-1} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x-1} = \frac{(x-1)^2}{x-1} = x-1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{4-x^2}{x-3} + \frac{2x-2x^2}{3-x} + \frac{5-4x}{x-3} &= \frac{4-x^2}{x-3} + \frac{2x^2-2x}{x-3} + \frac{5-4x}{x-3} = \\ &= \frac{4-x^2+2x^2-2x+5-4x}{x-3} = \frac{x^2-6x+9}{x-3} = \frac{(x-3)^2}{x-3} = x-3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{23. a) } \frac{y}{2x^2 - xy} + \frac{4x}{y^2 - 2xy} &= \frac{y}{x(2x-y)} + \frac{4x}{y(y-2x)} = \\ &= \frac{y}{x(2x-y)} + \frac{-4x}{y(2x-y)} = \frac{y^2 - 4x^2}{xy(2x-y)} = \frac{(y+2x)(y-2x)}{xy(2x-y)} = \\ &= \frac{-(y+2x)(2x-y)}{xy(2x-y)} = \frac{-(2x+y)}{xy}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } & \frac{1}{x+2} + \frac{3}{x^2-4} + \frac{x-14}{(x^2+4x+4)(x-2)} = \frac{1}{x+2} + \frac{3}{(x+2)(x-2)} + \frac{x-14}{(x+2)^2(x-2)} = \\
& = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)^2(x-2)} + \frac{3(x+2)}{(x+2)^2(x-2)} + \frac{x-14}{(x+2)^2(x-2)} = \frac{x^2-4+3x+6+x-14}{(x+2)^2(x-2)} = \\
& = \frac{x^2+4x-12}{(x+2)^2(x-2)} = \frac{x^2-2x+6x-12}{(x+2)^2(x-2)} = \frac{x(x-2)+6(x-2)}{(x+2)^2(x-2)} = \\
& = \frac{(x-2)(x+6)}{(x+2)^2(x-2)} = \frac{x+6}{(x+2)^2}.
\end{aligned}$$

c), d) GV tự làm.

24. Thời gian lần thứ nhất mèo đuổi bắt được chuột : $\frac{3}{x}$ (giây).

Thời gian lần thứ hai mèo đuổi bắt được chuột : $\frac{5}{x-0,5}$ (giây).

Thời gian kể từ đầu đến khi kết thúc cuộc săn : $\frac{3}{x} + 40 + 15 + \frac{5}{x-0,5}$ (giây).

$$\text{25. a) } \frac{5}{2x^2y} + \frac{3}{5xy^2} + \frac{x}{y^3} = \frac{5.5y^2}{2x^2y.5y^2} + \frac{3.2xy}{5xy^2.2xy} + \frac{x.10x^2}{y^3.10x^2} = \frac{25y^2+6xy+10x^3}{10x^2y^3};$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } & \frac{x+1}{2x+6} + \frac{2x+3}{x(x+3)} = \frac{x+1}{2(x+3)} + \frac{2x+3}{x(x+3)} = \frac{x(x+1)}{2x(x+3)} + \frac{2(2x+3)}{2x(x+3)} = \\
& = \frac{x^2+x+4x+6}{2x(x+3)} = \frac{x^2+5x+6}{2x(x+3)} = \frac{x^2+2x+3x+6}{2x(x+3)} = \\
& = \frac{x(x+2)+3(x+2)}{2x(x+3)} = \frac{(x+2)(x+3)}{2x(x+3)} = \frac{x+2}{2x}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } & \frac{3x+5}{x^2-5x} + \frac{25-x}{25-5x} = \frac{3x+5}{x^2-5x} + \frac{x-25}{5x-25} = \frac{3x+5}{x(x-5)} + \frac{x-25}{5(x-5)} = \\
& = \frac{5(3x+5)}{5x(x-5)} + \frac{x(x-25)}{5x(x-5)} = \frac{15x+25+x^2-25x}{5x(x-5)} = \frac{x^2-10x+25}{5x(x-5)} = \\
& = \frac{(x-5)^2}{5x(x-5)} = \frac{x-5}{5x}.
\end{aligned}$$

d) Khi giải bài này chú ý rằng có thể áp dụng tính chất giao hoán của phép cộng mà viết $x^2 + \frac{x^4+1}{1-x^2} + 1 = 1 + x^2 + \frac{x^4+1}{1-x^2}$ để khi quy đồng mẫu thức có thể tính toán nhanh nhờ hằng đẳng thức. Cụ thể :

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{x^4+1}{1-x^2} + 1 &= 1 + x^2 + \frac{x^4+1}{1-x^2} = \frac{(1+x^2)(1-x^2)}{1-x^2} + \frac{x^4+1}{1-x^2} = \\ &= \frac{1-x^4+x^4+1}{1-x^2} = \frac{2}{1-x^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{4x^2-3x+17}{x^3-1} + \frac{2x-1}{x^2+x+1} + \frac{6}{1-x} &= \frac{4x^2-3x+17}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{2x-1}{x^2+x+1} + \frac{-6}{x-1} = \\ &= \frac{4x^2-3x+17+(2x-1)(x-1)-6(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \\ &= \frac{4x^2-3x+17+2x^2-3x+1-6x^2-6x-6}{(x-1)(x^2+x+1)} = \\ &= \frac{-12x+12}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{-12(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{-12}{x^2+x+1}. \end{aligned}$$

26. Thời gian xúc 5000m^3 đầu tiên : $\frac{5000}{x}$ (ngày).

Phần việc còn lại là : $11600 - 5000 = 6600$ (m^3).

Năng suất làm việc ở phần việc còn lại : $x + 25$ ($\text{m}^3/\text{ngày}$).

Thời gian làm nốt phần việc còn lại : $\frac{6600}{x+25}$ (ngày).

Thời gian làm việc để hoàn thành công việc : $\frac{5000}{x} + \frac{6600}{x+25}$ (ngày).

Ta có :

$$\frac{5000}{x} + \frac{6600}{x+25} = \frac{5000(x+25)+6600x}{x(x+25)} = \frac{11600x+125000}{x(x+25)}.$$

với $x = 250$, biểu thức $\frac{5000}{x} + \frac{6600}{x+25}$ có giá trị bằng : $\frac{5000}{250} + \frac{6600}{250+25} = 44$ (ngày).

27. Tại $x = -4$, giá trị của phân thức rút gọn bằng $\frac{1}{5}$. Ngày 1 tháng 5 là ngày "Quốc tế Lao động".

E. TÀI LIỆU BỔ SUNG

Có thể cho HS làm thêm các bài tập từ số 17 đến số 23 trong SBT Toán 8 tập một, Ch. II.