

§3. PHÉP CỘNG, PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

Thái Bình Dương bao phủ khoảng $\frac{1}{3}$ bề mặt Trái Đất, Đại Tây Dương bao phủ khoảng $\frac{1}{5}$ bề mặt Trái Đất.



Thái Bình Dương và Đại Tây Dương bao phủ khoảng bao nhiêu phần bề mặt Trái Đất? Thái Bình Dương bao phủ nhiều hơn Đại Tây Dương bao nhiêu phần bề mặt Trái Đất?

I. PHÉP CỘNG PHÂN SỐ

1. Quy tắc cộng hai phân số

Ở tiểu học, ta đã biết cộng hai phân số có cùng mẫu.

Chẳng hạn: $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$.

Cách làm đó vẫn đúng khi cộng hai phân số có cùng mẫu mà tử và mẫu là số nguyên.

Chẳng hạn: $\frac{-1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{(-1)+3}{5} = \frac{2}{5}$.

1 Tính: $\frac{11}{-9} + \frac{5}{-6}$.

Để tính tổng các phân số không cùng mẫu $\frac{11}{-9} + \frac{5}{-6}$, ta thường làm như sau:

Bước 1. Quy đồng mẫu hai phân số

Cụ thể là:

- $\frac{11}{-9} = \frac{-11}{9}$ và $\frac{5}{-6} = \frac{-5}{6}$; BCNN(9, 6) = 18;
- $18 : 9 = 2$; $18 : 6 = 3$;
- $\frac{11}{-9} = \frac{(-11) \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{-22}{18}$ và $\frac{5}{-6} = \frac{(-5) \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{-15}{18}$.



Muốn cộng hai phân số có cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên mẫu:

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$$

Bước 2. Cộng các tử và giữ nguyên mẫu chung

$$\text{Ta có: } \frac{-22}{18} + \frac{-15}{18} = \frac{(-22) + (-15)}{18} = \frac{-37}{18}.$$

$$\text{Vậy } \frac{11}{-9} + \frac{5}{-6} = \frac{-37}{18}.$$



Muốn cộng hai phân số không cùng mẫu, ta quy đồng mẫu những phân số đó rồi cộng các tử và giữ nguyên mẫu chung.

Ví dụ 1 Tính:

a) $\frac{2}{3} + \frac{2}{-3};$

b) $\frac{-5}{6} + \frac{-3}{8}.$

Giải

$$\text{a) } \frac{2}{3} + \frac{2}{-3} = \frac{2}{3} + \frac{-2}{3} = \frac{2 + (-2)}{3} = \frac{0}{3} = 0.$$

$$\text{b) } \frac{-5}{6} + \frac{-3}{8} = \frac{(-5) \cdot 4}{6 \cdot 4} + \frac{(-3) \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{-20}{24} + \frac{-9}{24} = \frac{(-20) + (-9)}{24} = \frac{-29}{24}.$$

1 Tính:

a) $\frac{-3}{7} + \frac{2}{7};$

b) $\frac{-4}{9} + \frac{2}{-3}.$

2. Tính chất của phép cộng phân số

2 Hãy nêu các tính chất của phép cộng số tự nhiên.

Giống như phép cộng số tự nhiên, phép cộng phân số cũng có các tính chất: giao hoán, kết hợp, cộng với số 0.

Ví dụ 2 Tính một cách hợp lí:

$$\frac{3}{13} + \frac{-3}{7} + \frac{10}{13} + \frac{-4}{7}.$$

Giải

$$\begin{aligned} \frac{3}{13} + \frac{-3}{7} + \frac{10}{13} + \frac{-4}{7} &= \frac{3}{13} + \frac{10}{13} + \frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \\ &= \left(\frac{3}{13} + \frac{10}{13} \right) + \left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) \\ &= \frac{3+10}{13} + \frac{(-3)+(-4)}{7} \\ &= 1 + (-1) = 0. \end{aligned}$$

2 Tính một cách hợp lí:

a) $\frac{-5}{9} + \frac{4}{11} + \frac{7}{11};$

b) $\frac{-2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{-3}{5} + \frac{13}{8}.$

II. PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

1. Số đối của một phân số

Giống như số nguyên, mỗi phân số đều có số đối sao cho tổng của hai số đó bằng 0.



Số đối của phân số $\frac{a}{b}$ kí hiệu là $-\frac{a}{b}$. Ta có:

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0.$$



• Ta có: $-\frac{a}{b} = \frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}$
với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

• Số đối của $-\frac{a}{b}$ là $\frac{a}{b}$,
tức là $- \left(-\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}$.

Ví dụ 3 Tìm số đối của mỗi phân số sau: $\frac{2}{5}$ và $\frac{-3}{7}$.

Giải

Số đối của phân số $\frac{2}{5}$ là $-\frac{2}{5}$.

Số đối của phân số $\frac{-3}{7}$ là $-\left(\frac{-3}{7}\right) = \frac{-(-3)}{7} = \frac{3}{7}$.

2. Quy tắc trừ hai phân số

Ở tiểu học, ta đã biết trừ hai phân số có cùng mẫu.

Chẳng hạn: $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{4-3}{5} = \frac{1}{5}$.

Cách làm đó vẫn đúng khi trừ hai phân số có cùng mẫu mà tử và mẫu là số nguyên.

Chẳng hạn: $\frac{-1}{5} - \frac{3}{5} = \frac{(-1)-3}{5} = \frac{-4}{5}$.



Muốn trừ hai phân số có cùng mẫu, ta trừ tử của số bị trừ cho tử của số trừ và giữ nguyên mẫu:

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

3 Tính: $\frac{13}{-9} - \frac{7}{-6}$.

Để tính hiệu hai phân số không cùng mẫu $\frac{13}{-9} - \frac{7}{-6}$, ta thường làm như sau:

Bước 1. Quy đồng mẫu hai phân số

Cụ thể là:

• $\frac{13}{-9} = \frac{-13}{9}$ và $\frac{7}{-6} = \frac{-7}{6}$; BCNN(9, 6) = 18;

• $18 : 9 = 2$; $18 : 6 = 3$;

• $\frac{13}{-9} = \frac{(-13) \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{-26}{18}$ và $\frac{7}{-6} = \frac{(-7) \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{-21}{18}$.

Bước 2. Trừ tử của số bị trừ cho tử của số trừ và giữ nguyên mẫu chung

Ta có: $\frac{-26}{18} - \frac{-21}{18} = \frac{(-26) - (-21)}{18} = \frac{-5}{18}$.

Vậy $\frac{13}{-9} - \frac{7}{-6} = \frac{-5}{18}$.

Nhận xét: Muốn trừ hai phân số không cùng mẫu, ta quy đồng mẫu những phân số đó rồi trừ tử của số bị trừ cho tử của số trừ và giữ nguyên mẫu chung.

Ví dụ 4 Tính:

a) $\frac{1}{3} - \frac{2}{-3}$;

b) $\frac{-5}{6} - \frac{-7}{8}$.

3 Tính:

$$\frac{7}{-10} - \frac{9}{10}$$

Giải

a) $\frac{1}{3} - \frac{2}{-3} = \frac{1}{3} - \frac{-2}{3} = \frac{1 - (-2)}{3} = \frac{3}{3} = 1$.

b) $\frac{-5}{6} - \frac{-7}{8} = \frac{(-5) \cdot 4}{6 \cdot 4} - \frac{(-7) \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{-20}{24} - \frac{-21}{24} = \frac{(-20) - (-21)}{24} = \frac{1}{24}$.



a) Phân số $\frac{2}{5}$ có phải là số đối của phân số $\frac{2}{-5}$ không?

b) Tính và so sánh các kết quả sau: $\frac{-3}{7} - \frac{2}{-5}$ và $\frac{-3}{7} + \frac{2}{5}$.



Muốn trừ hai phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$$

Ví dụ 5 Tính: $\frac{2}{-9} - \frac{5}{-12}$.

Giải

$$\frac{2}{-9} - \frac{5}{-12} = \frac{-2}{9} + \frac{5}{12} = \frac{(-2) \cdot 4}{9 \cdot 4} + \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{-8}{36} + \frac{15}{36} = \frac{(-8) + 15}{36} = \frac{7}{36}$$

4 Tính:

$$\frac{7}{12} - \frac{-9}{20}$$

III. QUY TẮC DẤU NGOẶC

Quy tắc dấu ngoặc đối với phân số giống như quy tắc dấu ngoặc đối với số nguyên.

Ví dụ 6 Tính một cách hợp lí:

a) $\frac{14}{13} + \left(\frac{-1}{13} - \frac{19}{20}\right)$;

b) $\frac{-24}{17} - \left(\frac{-7}{17} - \frac{1}{16}\right)$.

5 Tính một cách hợp lí:

$$\frac{-2}{49} - \left(\frac{47}{49} + \frac{5}{-3}\right)$$

Giải

$$\text{a) } \frac{14}{13} + \left(\frac{-1}{13} - \frac{19}{20} \right) = \frac{14}{13} + \frac{-1}{13} - \frac{19}{20} = \left(\frac{14}{13} + \frac{-1}{13} \right) - \frac{19}{20} = 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}.$$

$$\text{b) } \frac{-24}{17} - \left(\frac{-7}{17} - \frac{1}{16} \right) = \frac{-24}{17} - \frac{-7}{17} + \frac{1}{16} = \frac{(-24) - (-7)}{17} + \frac{1}{16} = (-1) + \frac{1}{16} = \frac{-15}{16}.$$

BÀI TẬP

1. Tính:

$$\text{a) } \frac{-2}{9} + \frac{7}{-9};$$

$$\text{b) } \frac{1}{-6} + \frac{13}{-15};$$

$$\text{c) } \frac{5}{-6} + \frac{-5}{12} + \frac{7}{18}.$$

2. Tính một cách hợp lí:

$$\text{a) } \frac{2}{9} + \frac{-3}{10} + \frac{-7}{10};$$

$$\text{b) } \frac{-11}{6} + \frac{2}{5} + \frac{-1}{6};$$

$$\text{c) } \frac{-5}{8} + \frac{12}{7} + \frac{13}{8} + \frac{2}{7}.$$

3. Tìm số đối của mỗi phân số sau:

$$\frac{9}{25}; \frac{-8}{27}; -\frac{15}{31}; \frac{-3}{-5}; \frac{5}{-6}.$$

4. Tính:

$$\text{a) } \frac{5}{16} - \frac{5}{24};$$

$$\text{b) } \frac{2}{11} + \left(\frac{-5}{11} - \frac{9}{11} \right);$$

$$\text{c) } \frac{1}{10} - \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{15} \right).$$

5. Tính một cách hợp lí:

$$\text{a) } \frac{27}{13} - \frac{106}{111} + \frac{-5}{111};$$

$$\text{b) } \frac{12}{11} - \frac{-7}{19} + \frac{12}{19};$$

$$\text{c) } \frac{5}{17} - \frac{25}{31} + \frac{12}{17} + \frac{-6}{31}.$$

6. Tìm x , biết:

$$\text{a) } x - \frac{5}{6} = \frac{1}{2};$$

$$\text{b) } \frac{-3}{4} - x = \frac{-7}{12}.$$

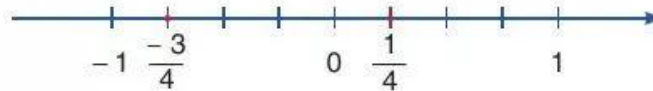
7. Một xí nghiệp trong tháng Giêng đạt $\frac{3}{8}$ kế hoạch của Quý I, tháng Hai đạt $\frac{2}{7}$ kế hoạch của Quý I. Tháng Ba xí nghiệp phải đạt được bao nhiêu phần kế hoạch của Quý I?

8. Bốn tổ của lớp 6A đóng góp sách cho góc thư viện như sau: tổ I góp $\frac{1}{4}$ số sách của lớp, tổ II góp $\frac{9}{40}$ số sách của lớp, tổ III góp $\frac{1}{5}$ số sách của lớp, tổ IV góp phần sách còn lại. Tổ IV đã góp bao nhiêu phần số sách của lớp?

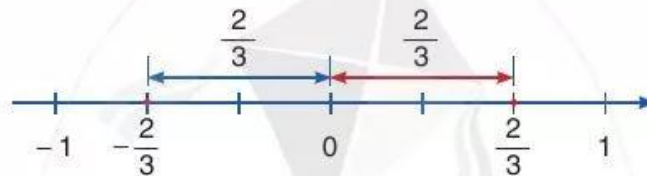


Biểu diễn phân số trên trục số nằm ngang

1. Tương tự như đối với các số nguyên, ta có thể biểu diễn mọi phân số trên trục số. Chẳng hạn, hai phân số $-\frac{3}{4}$ và $\frac{1}{4}$ được biểu diễn trên trục số nằm ngang như sau:

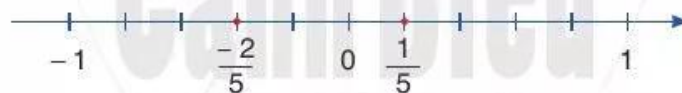


2. Quan sát điểm biểu diễn của hai phân số $\frac{2}{3}$ và $-\frac{2}{3}$ trên trục số nằm ngang, ta thấy hai điểm biểu diễn chúng cách đều điểm gốc 0:



Trên trục số, phân số và số đối của phân số đó có điểm biểu diễn nằm về hai phía của gốc 0 và cách đều gốc 0.

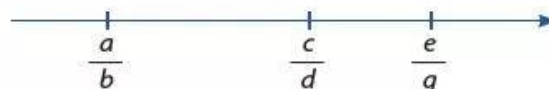
3. Ta biết $-\frac{2}{5} < \frac{1}{5}$. Quan sát điểm biểu diễn của hai phân số $-\frac{2}{5}$ và $\frac{1}{5}$ trên trục số nằm ngang, ta thấy điểm biểu diễn phân số $-\frac{2}{5}$ nằm bên trái điểm biểu diễn phân số $\frac{1}{5}$:



Trên trục số nằm ngang, nếu điểm biểu diễn phân số $\frac{a}{b}$ nằm bên trái điểm biểu diễn phân số $\frac{c}{d}$ (hay điểm biểu diễn phân số $\frac{c}{d}$ nằm bên phải điểm biểu diễn phân số $\frac{a}{b}$) thì ta có phân số $\frac{a}{b}$ nhỏ hơn phân số $\frac{c}{d}$ (hay phân số $\frac{c}{d}$ lớn hơn phân số $\frac{a}{b}$):



4. Quan sát điểm biểu diễn của các phân số $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{g}$ trên trục số nằm ngang:



Ta suy ra: nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ và $\frac{c}{d} < \frac{e}{g}$ thì $\frac{a}{b} < \frac{e}{g}$.