

§4. XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI VÀ THÍ NGHIỆM ĐƠN GIẢN



Bốn bạn Chi, Hằng, Trung, Dũng cùng chơi cờ cá ngựa. Chi đã gieo xúc xắc khi đến lượt của mình.

Xác suất thực nghiệm để Chi gieo được mặt 1 chấm là bao nhiêu?



I. XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM TRONG TRÒ CHƠI TUNG ĐỒNG XU

1 Tung một đồng xu 8 lần liên tiếp, bạn Hoà có kết quả thống kê như sau:

| Lần tung | Kết quả tung | Lần tung | Kết quả tung |
|----------|-----------------|----------|-----------------|
| 1 | Xuất hiện mặt N | 5 | Xuất hiện mặt S |
| 2 | Xuất hiện mặt N | 6 | Xuất hiện mặt N |
| 3 | Xuất hiện mặt S | 7 | Xuất hiện mặt N |
| 4 | Xuất hiện mặt N | 8 | Xuất hiện mặt S |

- Hãy kiểm đếm số lần xuất hiện mặt N và số lần xuất hiện mặt S sau 8 lần tung đồng xu.
- Viết tỉ số của số lần xuất hiện mặt N và tổng số lần tung đồng xu.
- Viết tỉ số của số lần xuất hiện mặt S và tổng số lần tung đồng xu.



- Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N khi tung đồng xu nhiều lần bằng:

$$\frac{\text{Số lần mặt N xuất hiện}}{\text{Tổng số lần tung đồng xu}}$$

- Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt S khi tung đồng xu nhiều lần bằng:

$$\frac{\text{Số lần mặt S xuất hiện}}{\text{Tổng số lần tung đồng xu}}$$

Chú ý: Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N (hoặc mặt S) phản ánh số lần xuất hiện mặt đó so với tổng số lần tiến hành thực nghiệm.

Ví dụ 1

- a) Nếu tung một đồng xu 12 lần liên tiếp, có 7 lần xuất hiện mặt N thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N bằng bao nhiêu?
- b) Nếu tung một đồng xu 17 lần liên tiếp, có 6 lần xuất hiện mặt S thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N bằng bao nhiêu?

Giải

- a) Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N là $\frac{7}{12}$.
- b) Khi tung đồng xu 17 lần liên tiếp, do mặt S xuất hiện 6 lần nên mặt N xuất hiện 11 lần. Vì vậy, xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N là $\frac{11}{17}$.

1 Nếu tung một đồng xu 25 lần liên tiếp, có 15 lần xuất hiện mặt N thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt S bằng bao nhiêu?

II. XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM TRONG TRÒ CHƠI LẤY VẬT TỬ TRONG HỘP

2 Một hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi lần bạn Yến lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp. Sau 10 lần lấy bóng liên tiếp, bạn Yến có kết quả thống kê như sau:

| Lần lấy bóng | Kết quả | Lần lấy bóng | Kết quả |
|--------------|--------------------|--------------|--------------------|
| 1 | Xuất hiện màu xanh | 6 | Xuất hiện màu vàng |
| 2 | Xuất hiện màu đỏ | 7 | Xuất hiện màu đỏ |
| 3 | Xuất hiện màu đỏ | 8 | Xuất hiện màu xanh |
| 4 | Xuất hiện màu vàng | 9 | Xuất hiện màu đỏ |
| 5 | Xuất hiện màu xanh | 10 | Xuất hiện màu vàng |

- a) Hãy kiểm đếm số lần xuất hiện màu xanh, màu đỏ và màu vàng sau 10 lần lấy bóng.
- b) Viết tỉ số của số lần xuất hiện màu xanh và tổng số lần lấy bóng.
- c) Viết tỉ số của số lần xuất hiện màu đỏ và tổng số lần lấy bóng.
- d) Viết tỉ số của số lần xuất hiện màu vàng và tổng số lần lấy bóng.



Xác suất thực nghiệm xuất hiện màu A khi lấy bóng nhiều lần bằng:

$$\frac{\text{Số lần màu A xuất hiện}}{\text{Tổng số lần lấy bóng}}$$

Ví dụ 2

Một hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi lần bạn Yến lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp.

Trong 15 lần lấy bóng liên tiếp, có 5 lần xuất hiện màu xanh, 4 lần xuất hiện màu đỏ và 6 lần xuất hiện màu vàng. Tính xác suất thực nghiệm:

- a) Xuất hiện màu xanh;
- b) Xuất hiện màu đỏ;
- c) Xuất hiện màu vàng.

Giải

a) Xác suất thực nghiệm xuất hiện màu xanh là $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

b) Xác suất thực nghiệm xuất hiện màu đỏ là $\frac{4}{15}$.

c) Xác suất thực nghiệm xuất hiện màu vàng là $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.



2 Một hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng và 1 quả bóng tím; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi lần bạn Minh lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp. Nếu bạn Minh lấy bóng 20 lần liên tiếp, có 5 lần xuất hiện màu vàng thì xác suất thực nghiệm xuất hiện màu vàng bằng bao nhiêu?

BÀI TẬP

1. Tung một đồng xu 20 lần liên tiếp. Hãy ghi kết quả thống kê theo mẫu sau:

| Lần tung | Kết quả tung | Số lần xuất hiện mặt N | Số lần xuất hiện mặt S |
|----------|--------------|------------------------|------------------------|
| 1 | ? | ? | ? |
| ... | ? | | |

Tính xác suất thực nghiệm:

- a) Xuất hiện mặt N;
- b) Xuất hiện mặt S.

2. Trả lời các câu hỏi sau:

- a) Nếu tung một đồng xu 22 lần liên tiếp, có 13 lần xuất hiện mặt N thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N bằng bao nhiêu?

b) Nếu tung một đồng xu 25 lần liên tiếp, có 11 lần xuất hiện mặt S thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt S bằng bao nhiêu?

c) Nếu tung một đồng xu 30 lần liên tiếp, có 14 lần xuất hiện mặt N thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt S bằng bao nhiêu?

3. Một hộp có 10 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 10; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau.

Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ rút được và bỏ lại thẻ đó vào hộp. Sau 25 lần rút thẻ liên tiếp, hãy ghi kết quả thống kê theo mẫu sau:

| Lần rút | Kết quả rút | Tổng số lần xuất hiện | | | | | | | | | |
|---------|-------------|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| | | Số 1 | Số 2 | Số 3 | Số 4 | Số 5 | Số 6 | Số 7 | Số 8 | Số 9 | Số 10 |
| 1 | ? | | | | | | | | | | |
| ... | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? | ? |

Tính xác suất thực nghiệm:

- a) Xuất hiện số 1; b) Xuất hiện số 5; c) Xuất hiện số 10.

4. Gieo một xúc xắc 10 lần liên tiếp, bạn Cường có kết quả thống kê như sau:

| Lần gieo | Kết quả gieo | Lần gieo | Kết quả gieo |
|----------|----------------------|----------|----------------------|
| 1 | Xuất hiện mặt 2 chấm | 6 | Xuất hiện mặt 5 chấm |
| 2 | Xuất hiện mặt 1 chấm | 7 | Xuất hiện mặt 3 chấm |
| 3 | Xuất hiện mặt 6 chấm | 8 | Xuất hiện mặt 5 chấm |
| 4 | Xuất hiện mặt 4 chấm | 9 | Xuất hiện mặt 1 chấm |
| 5 | Xuất hiện mặt 4 chấm | 10 | Xuất hiện mặt 1 chấm |

a) Hãy kiểm đếm số lần xuất hiện mặt 1 chấm và số lần xuất hiện mặt 6 chấm sau 10 lần gieo.

b) Tính xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt 1 chấm.

c) Tính xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt 6 chấm.

Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt k chấm ($k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 6$) khi gieo xúc xắc nhiều lần bằng:

$$\frac{\text{Số lần xuất hiện mặt } k \text{ chấm}}{\text{Tổng số lần gieo xúc xắc}}$$

5. a) Nếu gieo một xúc xắc 11 lần liên tiếp, có 5 lần xuất hiện mặt 2 chấm thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt 2 chấm bằng bao nhiêu?

b) Nếu gieo một xúc xắc 14 lần liên tiếp, có 3 lần xuất hiện mặt 6 chấm thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt 6 chấm bằng bao nhiêu?

Xác suất khi số lần thực nghiệm rất lớn

Bá tước Giê-oóc-giơ-Lu-i-sơ Lơ-cle đơ Buýp-phông (Georges-Louis Leclerc de Buffon, 1707 – 1788, người Pháp) là một nhà khoa học tự nhiên lớn, nghiên cứu về Thực vật, Động vật, Trái Đất, Lịch sử tự nhiên, ... Ông đã thí nghiệm việc tung đồng xu nhiều lần và thu được kết quả sau:

| Số lần tung | Số lần xuất hiện mặt N | Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N |
|-------------|------------------------|--------------------------------------|
| 4 040 | 2 048 | 0,5069 |
| 12 000 | 6 019 | 0,5016 |
| 24 000 | 12 012 | 0,5005 |

Sau này, người ta chứng minh được rằng khi số lần tung càng lớn thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt N càng gần với 0,5. Số 0,5 được gọi là xác suất xuất hiện mặt N (theo nghĩa thống kê).

Ông còn là người nghĩ ra phương pháp sau đây để tính số π :

Lấy 1 tờ giấy to và 1 chiếc kim. Kẻ các đường thẳng song song trên tờ giấy, cách đều nhau một khoảng cách đúng bằng chiều dài của chiếc kim. Tung chiếc kim một cách ngẫu nhiên lên trên tờ giấy.

Có hai khả năng xảy ra:

- 1) Chiếc kim nằm đè lên một đường thẳng trong các đường thẳng được kẻ;
- 2) Chiếc kim nằm lọt vào giữa hai đường thẳng.

Ông tính ra rằng, xác suất của chiếc kim nằm đè lên một đường thẳng bằng $\frac{1}{\pi}$. Như vậy, để tính gần đúng số π , có thể làm như sau: tung kim thật nhiều lần, đếm số lần kim đè lên trên một đường thẳng, rồi lấy số lần tung chia cho số đó.

Phương pháp tung kim của ông chính là tiền thân của phương pháp Mông-tơ-Các-lô (Monte-Carlo) trong toán học.

(Nguồn: Đỗ Đức Thái, Nguyễn Tiến Dũng, Nhập môn hiện đại Lí thuyết xác suất và thống kê, NXB Đại học Sư phạm, 2012)



Tượng Buffon (Paris, Pháp)