§9. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

A - MỤC TIÊU

HS cần đạt được :

– Biết khái niệm đường cao của một tam giác và thấy mỗi tam giác có ba đường cao. Cần lưu ý nhận biết đường cao của tam giác vuông, tam giác tù.

– Luyện cách dùng êke để vẽ đường cao của tam giác.

– Qua vẽ hình nhận biết ba đường cao của một tam giác luôn đi qua một điểm. Từ đó, công nhận định lí về tính chất đồng quy của ba đường cao của tam giác (không yêu cầu trình bày chứng minh) và khái niệm trực tâm.

– Biết tổng kết các kiến thức về các loại đường đồng quy (xuất phát từ đỉnh đối diện với đáy) của một tam giác cân.

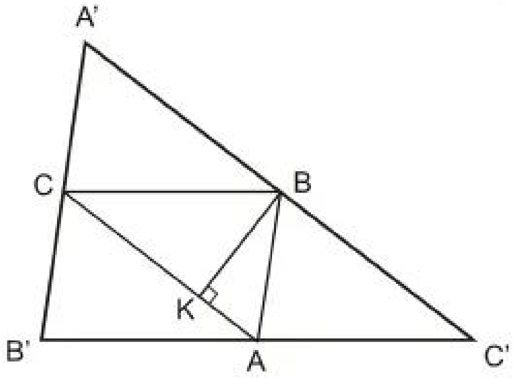
B - NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

– Hướng dẫn HS nhận ra trực tâm của tam giác vuông vì điều này hay gây lúng túng cho HS.

– Ngoài việc dùng êke để vẽ đường cao của tam giác, còn có thể dùng thước và compa để vẽ nó (BT 51). Đối với định lí về tính chất đồng quy của ba đường cao, nếu biết thêm về tính chất các đoạn chắn của hai cặp đường thẳng song song cắt nhau và tính chất đường trung bình của tam giác thì việc chứng minh định lí là đơn giản và HS dễ dàng tiếp thu. Tuy nhiên, có thể xuất phát từ các kiến thức về tính chất góc so le trong tạo bởi hai đường thẳng song song cắt bởi một cát tuyến và các trường hợp bằng nhau của tam giác ta cũng chứng minh được định lí này.

Tam giác ABC có các đường cao AH, BK, CL.

Qua A, vẽ đường thẳng song song với BC ; qua B vẽ đường thẳng song song với CA ; qua C vẽ đường thẳng song song với AB. Các đường thẳng này cắt nhau tạo thành tam giác A'B'C' (h.39).



Hình 39

Ta sẽ chứng minh ba đường cao AH, BK, CL của tam giác ABC là ba đường trung trực của tam giác A'B'C'.

Chứng minh.

B'C' // CB $\Rightarrow$ $\widehat{CBA} = \widehat{BAC'}$; A'C' // CA $\Rightarrow$ $\widehat{ABC'} = \widehat{CAB}$, do đó $\Delta ABC = \Delta BAC'$ (g.c.g) , suy ra CA = C'B (1)

Tương tự, $\Delta ABC = \Delta A'CB$, suy ra CA = BA' (2)

Từ (1) và (2) suy ra A'B = BC', hay B là trung điểm của cạnh A'C'. Mặt khác, A'C' // CA, BK $\perp$ CA $\Rightarrow$ BK $\perp$ A'C'. Vậy BK là đường trung trực của cạnh A'C'.

Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được AH, CL cũng là đường trung trực của tam giác A'B'C'.

Ta đã biết ba đường trung trực của một tam giác đồng quy tại một điểm (§8) nên ta có AH, BK, CL đồng quy tại một điểm. Như vậy ta đã chứng minh xong định lí .

Tuỳ theo trình độ của HS mà ta có thể đưa ra bài toán này để hướng dẫn HS chứng minh.

C - GỢI Ý DẠY HỌC

1. *Chuẩn bị của GV và HS*

– Cho HS ôn luyện về các loại đường đồng quy đã học của tam giác (đường trung tuyến, đường phân giác, đường trung trực).

– Luyện cho HS vẽ đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng bằng êke hoặc bằng thước và compa.

2. *Đặt vấn đề vào bài mới*

Ta đã biết, trong một tam giác, ba đường trung tuyến đồng quy tại một điểm, ba đường phân giác đồng quy tại một điểm và ba đường trung trực cũng đồng quy tại một điểm. Đối với ba đường cao, điều đó có xảy ra hay không ?

Dựa vào tính chất góc so le trong tạo bởi hai đường thẳng song song bị cắt bởi một cát tuyến và các trường hợp bằng nhau của tam giác ta có thể chứng minh rằng có một tam giác mà ba đường trung trực của nó lại là ba đường cao của một tam giác đã cho.

Như vậy, ba đường cao của một tam giác cũng đồng quy tại một điểm.

3. *Các hoạt động*

Tiết 1

a) Kiểm tra bài cũ

– Dùng êke vẽ đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với đường thẳng đã cho

– Nêu cách vẽ điểm cách đều ba đỉnh của một tam giác (vẽ hình minh hoạ).

b) Tiến hành bài giảng theo trình tự

– Nêu khái niệm và hướng dẫn HS dùng êke để vẽ đường cao của tam giác.

Cho HS nhận thấy mỗi tam giác có ba đường cao.

– Yêu cầu HS vẽ các đường cao của một tam giác. Từ đó cho HS phát hiện ra ba đường cao của một tam giác luôn đi qua một điểm.

– GV đặt vấn đề vào bài mới và giới thiệu luôn định lí ; giới thiệu khái niệm "trực tâm" của tam giác.

– Tổng kết mối liên hệ giữa các loại đường đồng quy trong tam giác cân, giới thiệu tính chất của tam giác cân, đặc biệt hoá trong tam giác đều.

– Hướng dẫn HS chứng minh các trường hợp còn lại của nhận xét (4 trường hợp).

Tiết 2 (luyện tập)

Chữa các bài tập 58, 59, 60, 61, 62.

D - HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC $\boxed{?}$ VÀ BÀI TẬP §9 SGK

$\boxed{?1}$ Các đường cao của tam giác đó cùng đi qua một điểm.

$\boxed{?2}$ Bốn trường hợp còn lại là " Nếu tam giác có một đường cao đồng thời là đường trung tuyến (hoặc một đường cao đồng thời là đường trung trực, hoặc một đường cao đồng thời là đường phân giác, hoặc một đường phân giác đồng thời là đường trung trực) thì tam giác đó là một tam giác cân.

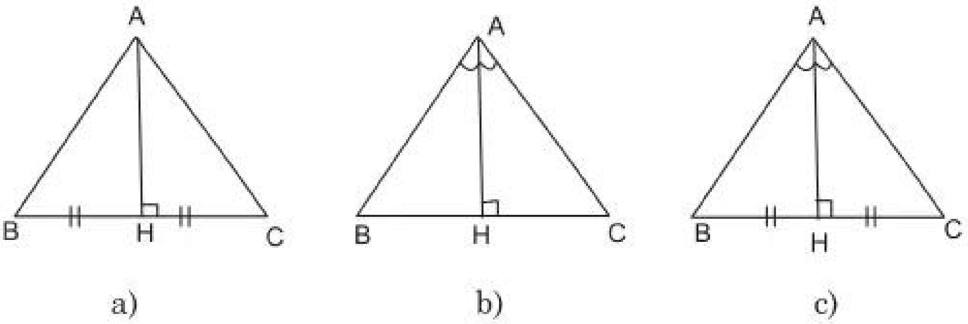
• Đường cao AH đồng thời là đường trung tuyến (h.40a)

$$\Delta AHB = \Delta\ AHC\ (c.g.c) \Rightarrow AB = AC.$$

• Đường cao AH đồng thời là đường trung trực (h.40a) chứng minh tương tự như trên.

• Đường cao AH đồng thời là đường phân giác (h.40b)

$$\Delta AHB = \Delta AHC \text{ (g.c.g)} \Rightarrow AB = AC.$$

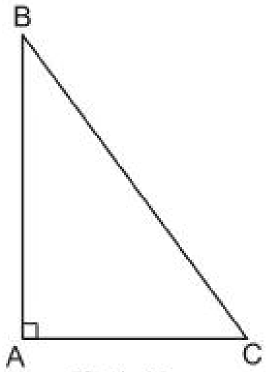


Hình 40

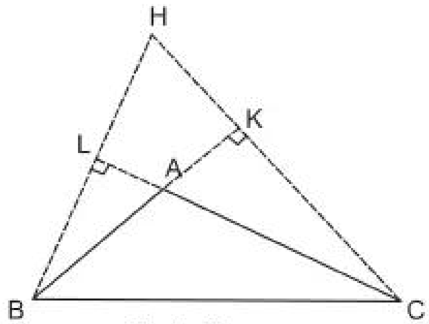
• Đường phân giác AH đồng thời là đường trung trực (h.40c) :

$$\Delta AHB = \Delta AHC \text{ (g.c.g)} \Rightarrow AB = AC$$

Bài 58. Trong tam giác vuông ABC (h.41), AB và AC là những đường cao. Bởi vậy, trực tâm của nó chính là đỉnh góc vuông A.



Hình 41



Hình 42

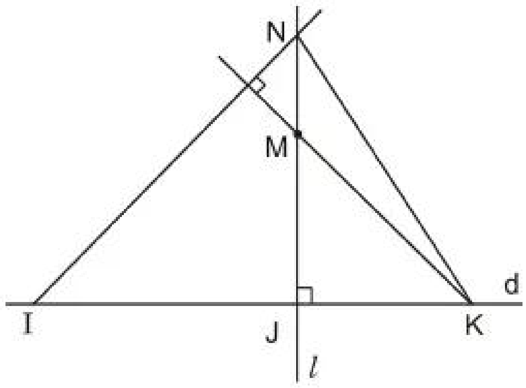
Trong tam giác tù, có hai đường cao xuất phát từ hai đỉnh góc nhọn nằm bên ngoài tam giác nên trực tâm của tam giác tù nằm bên ngoài tam giác (h.42).

Bài 59. a) Tam giác LMN có hai đường cao LP, MQ cắt nhau tại S, do đó S là trực tâm của nó. Bởi vậy đường thẳng NS chính là đường cao thứ ba của tam giác LMN, hay NS $\perp$ LM.

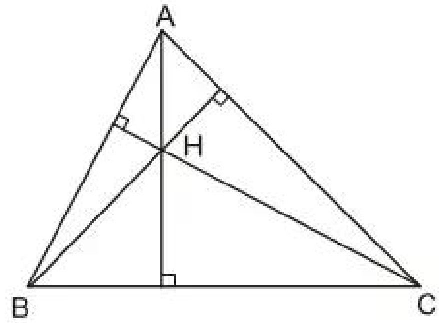
b) $\widehat{LNP} = 50^o \Rightarrow \widehat{QLS} = 40^o \Rightarrow \widehat{MSP} = \widehat{LSQ} = 50^o$

$$\Rightarrow \widehat{PSQ} = 180^o - \widehat{MSP} = 130^o.$$

Bài 60. (h.43) Xét tam giác IKN. Do NJ $\perp$ IK, KM $\perp$ NI nên NJ và KM là hai đường cao của tam giác IKN. Hai đường cao này cắt nhau tại M nên M là trực tâm của tam giác IKN. Do đó, theo định lí 1, IM là đường cao thứ ba của tam giác đó, hay IM $\perp$ NK.



Hình 43



Hình 44

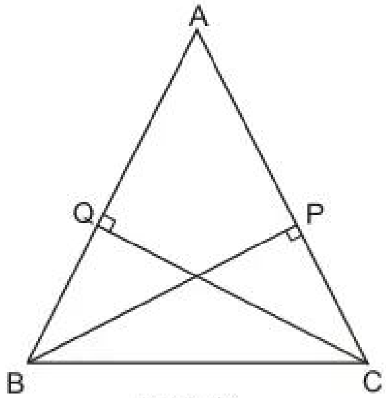
Bài 61. (h.44) Tam giác HBC có AB $\perp$ HC, AC $\perp$ HB nên AB và AC là hai đường cao của nó. Vậy A là trực tâm của tam giác HBC.

Tương tự B, C lần lượt là trực tâm của các tam giác HAC và HAB.

Bài 62. Tam giác ABC có hai góc nhọn là $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$, hai đường cao BP, CQ bằng nhau. Ta sẽ chứng minh tam giác ABC cân tại A.

Do góc C nhọn nên điểm P, chân đường vuông góc kẻ từ B đến AC, nằm trên cạnh AC. Tương tự, điểm Q nằm trên cạnh AB (h.45).

Hai tam giác vuông ABP và ACQ có $\widehat{A}$ chung, BP = CQ (gt) nên chúng bằng nhau, từ đó suy ra AB = AC, hay tam giác ABC cân tại A.



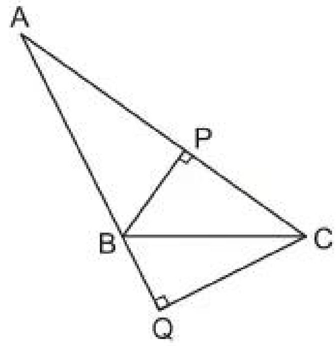
Hình 45

Lưu ý.

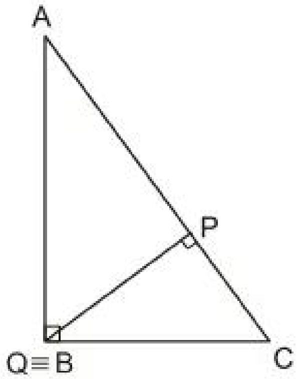
Thực ra, có thể bỏ giả thiết các góc $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ nhọn, tức là nếu các đường cao BP, CQ của tam giác ABC bằng nhau thì $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ phải là những góc nhọn.

Giả sử góc B tù và vẫn có BP = CQ (h.46). Khi đó ΔCBP = ΔBCQ (cạnh huyền, cạnh góc vuông), nên $\widehat{PBC} = \widehat{BCQ}$, suy ra BP // CQ. Mặt khác các góc

P và Q đều vuông, nên từ BP // CQ suy ra AB // AC, mâu thuẫn với giả thiết ABC là tam giác !



Hình 46



Hình 47

Giả sử góc B vuông, khi đó Q ≡ B (h.47). Bởi vậy BP < CQ. Điều này mâu thuẫn với giả thiết BP = CQ.

Vậy nếu BP = CQ thì $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ là những góc nhọn.

E. TÀI LIỆU BỔ SUNG

Đối với HS khá, giỏi, có thể ra thêm các bài tập 75, 77, 81 (SBT Toán 7 tập hai, phần Hình học).