

B. ĐỀ BÀI

§1. GÓC VÀ CUNG LƯỢNG GIÁC

§2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC (CUNG) LƯỢNG GIÁC

6.1. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

a) Góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo dương thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với nó có số đo dương.

b) Góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo dương thì mọi góc lượng giác (Ov, Ou) có số đo âm.

c) Hai góc lượng giác (Ou, Ov) và (Ou', Ov') có số đo khác nhau thì các góc hình học $uOv, u'Ov'$ không bằng nhau.

d) $sđ(Ou, Ov) = \frac{11\pi}{6}$, $sđ(Ou', Ov') = -\frac{13\pi}{6}$ thì $\widehat{uOv} = \widehat{u'Ov'}$.

e) Hai góc lượng giác (Ou, Ov) và (Ou', Ov') có số đo sai khác một bội nguyên của 2π thì các góc hình học $uOv, u'Ov'$ bằng nhau.

f) Hai góc hình học $uOv, u'Ov'$ bằng nhau thì số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov) và (Ou', Ov') sai khác nhau một bội nguyên của 2π .

6.2. Đổi số đo radian của cung tròn sang số đo độ :

a) $\frac{3\pi}{4}$; b) $\frac{2\pi}{3}$; c) $\frac{11\pi}{6}$;

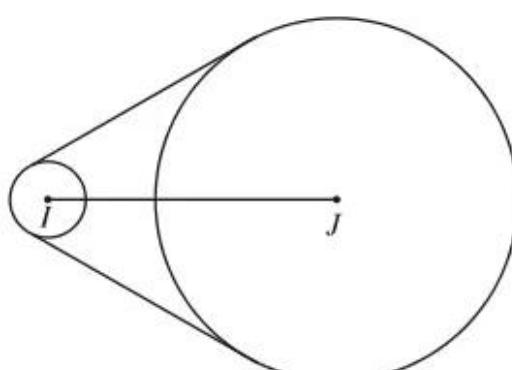
d) $\frac{3\pi}{7}$; e) 2,3 ; f) 4,2 .

6.3. Đổi số đo độ của cung tròn sang số đo radian :

a) 45° ; b) 150° ; c) 72° ; d) 75° .

6.4. Một dây curoa quấn quanh hai trục tròn tâm I bán kính 1dm và tâm J bán kính 5dm mà khoảng cách IJ là 8dm (h.6.1).

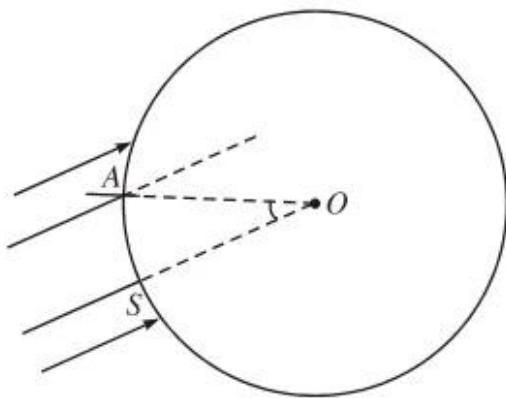
Hãy tính độ dài của dây cu-roa.



Hình 6.1

6.5. Ô-ra-tơ-xten (Eratosthenes), ở thế kỉ thứ II trước Công nguyên (Nguyên giám đốc thư viện nổi tiếng ở A-lêch-xăng-đri (Alexandrie)) đã tìm cách

tính bán kính của Trái Đất bằng cách đo khoảng cách giữa hai thành phố A-léch-xăng-đri và Xy-en (Syene) là 8004km (theo đơn vị ngày nay ; thuở đó các đoàn lạc đà đi từ thành phố này đến thành phố kia mất 50 ngày đường). Biết rằng, khi ở Xy-en tia sáng mặt trời chiếu thẳng đứng (nhìn thẳng xuống giếng sâu), thì ở A-léch-xăng-đri, tia sáng mặt trời làm một góc $(7,1)^{\circ}$ với phương thẳng đứng. Hỏi làm sao Ô-ra-tơ-xten suy ra được bán kính của Trái Đất (xấp xỉ 6 400 km) (h. 6.2) ?

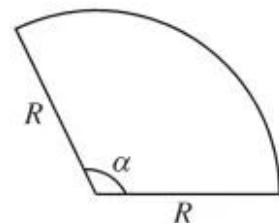


Hình 6.2

- 6.6.** Bánh xe máy có đường kính (kể cả lốp xe) 55 cm. Nếu xe chạy với vận tốc 40 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng ?

- 6.7.** Xét hình quạt tròn bán kính R , góc ở tâm α ($R > 0, 0 < \alpha < 2\pi$). (h. 6.3).

a) Biết diện tích hình tròn bán kính R là πR^2 và diện tích hình quạt tròn tỉ lệ thuận với số đo góc ở tâm. Hãy tính diện tích hình quạt tròn nói trên. Hỏi α bằng bao nhiêu thì diện tích đó bằng R^2 ?



Hình 6.3

b) Gọi chu vi hình quạt tròn là tổng độ dài hai bán kính và độ dài cung tròn của hình quạt đó. Trong các hình quạt có chu vi cho trước, tìm hình quạt có diện tích lớn nhất.

c) Trong các hình quạt có diện tích cho trước, tìm hình quạt có chu vi nhỏ nhất.

- 6.8.** Huyện lị Quảng Bá tỉnh Hà Giang và huyện lị Cái Nước tỉnh Cà Mau cùng nằm ở 105° kinh đông, nhưng Quảng Bá ở 23° vĩ bắc, Cái Nước ở vĩ độ 9° bắc. Hãy tính độ dài cung kinh tuyến nối hai huyện lị đó ("Khoảng cách theo đường chim bay"), coi Trái Đất có bán kính 6378km.

- 6.9.** Tìm số đo độ của các cung lượng giác có số đo radian sau :

$$\text{a) } \frac{7\pi}{3}; \quad \text{b) } \frac{-17\pi}{5}; \quad \text{c) } \frac{13\pi}{6}; \quad \text{d) } -1,72.$$

6.10. Dùng máy tính bỏ túi, đổi số đo độ ra số đo radian chính xác đến số thập phân thứ ba :

a) 20° ; b) -144° ; c) 2003° ; d) π° .

6.11. Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo $\frac{\pi}{5}$. Hỏi trong các số $\frac{6\pi}{5}; \frac{9\pi}{5};$

$-\frac{11\pi}{5}; \frac{31\pi}{5}; -\frac{14\pi}{5}$, những số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc đã cho ?

6.12. Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Ou, Ov) với $0 \leq \alpha < 2\pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó có số đo là :

$$\frac{29\pi}{4}; -\frac{128\pi}{3}; -\frac{2003\pi}{6}; 18,5.$$

6.13. Hãy tìm số đo a° của góc lượng giác (Ou, Ov) , $0 \leq a < 360$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó có số đo là :

$$395^\circ; -1052^\circ; -972^\circ; (20\pi)^\circ.$$

6.14. a) Trong các góc lượng giác có tia đầu Ou , tia cuối Ov cho trước, chứng minh rằng, có một góc lượng giác duy nhất (Ou, Ov) có số đo α , $-\pi < \alpha \leq \pi$ và chứng minh rằng $|\alpha|$ là số đo radian của góc hình học uOv .

b) Tìm số đo của góc hình học uOv , biết góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là :

• $\frac{9\pi}{7}; -\frac{5\pi}{8}; \frac{106\pi}{9}; -2003$.

• $220^\circ; -235^\circ; 1945^\circ; -2003^\circ$.

6.15. a) Chứng minh rằng nếu $sđ(Ou, Ov) = \alpha$, $sđ(Ou', Ov') = \beta$ thì các góc hình học uOv , $u'Ov'$ bằng nhau khi và chỉ khi hoặc $\beta - \alpha = k2\pi$ hoặc $\beta + \alpha = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

b) Hỏi trong các cặp góc lượng giác $(Ou, Ov); (Ou', Ov')$ có số đo như sau, cặp nào xác định cặp góc hình học $uOv; u'Ov'$ bằng nhau ?

$$\frac{13\pi}{6} \text{ và } \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6} \text{ và } -\frac{11\pi}{6}; \frac{17\pi}{4} \text{ và } -\frac{15\pi}{4}; \frac{731\pi}{30} \text{ và } -\frac{11\pi}{30}; \frac{2003\pi}{8} \text{ và } -\frac{1211\pi}{8}.$$

6.16. Trên một đường tròn định hướng cho ba điểm A, M, N sao cho $sđ \widehat{AM} = \frac{\pi}{6}$; $sđ \widehat{AN} = \frac{k\pi}{798}$, ($k \in \mathbb{Z}$). Tìm $k \in \mathbb{N}$ để M trùng với N và tìm $k \in \mathbb{N}$ để M và N đối xứng qua tâm đường tròn.

6.17. Trên một đường tròn định hướng cho ba điểm A, M, N sao cho $sđ \widehat{AM} = \frac{\pi}{3}$; $sđ \widehat{AN} = \frac{3\pi}{4}$. Gọi P là điểm thuộc đường tròn đó để tam giác MNP là tam giác cân. Hãy tìm số đo \widehat{AP} .

6.18. Trên đường tròn lượng giác hãy tìm các điểm xác định bởi các số :

$$\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}); \quad k\frac{\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z}); \quad k\frac{2\pi}{5}, (k \in \mathbb{Z}).$$

6.19. Tìm giá trị lượng giác sin, cosin, tang của các góc lượng giác có số đo sau (không dùng máy tính) :

- $120^\circ; -30^\circ; -225^\circ; 750^\circ; 510^\circ$.

- $\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}; -\frac{10\pi}{3}; \frac{17\pi}{3}$.

6.20. Cho số α , $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Hỏi các điểm trên đường tròn lượng giác xác định bởi các số sau nằm trong góc phần tư nào của hệ toạ độ vuông góc gắn với đường tròn đó :

$$\alpha - \pi; \alpha + \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} - \alpha; \frac{3\pi}{2} - \alpha ?$$

6.21. Xác định dấu của $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$, biết :

$$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{7\pi}{4}; \quad \frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi;$$

$$2\pi < \alpha < 2,5\pi; \quad 3\pi < \alpha < \frac{10\pi}{3}; \quad \frac{5\pi}{2} < \alpha < \frac{11\pi}{4}.$$

6.22. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , xét các điểm M có toạ độ : $(3; -4)$, $(4; -3)$, $(-12; -9)$, $(-1; 1)$.

Hãy tính các giá trị lượng giác của các góc lượng giác $(Ox; OM)$.

6.23. Tính $A = \cos \frac{\pi}{6} \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) + \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3}$;

$$B = \cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{3\pi}{4} \right) + \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right).$$

6.24. Hỏi có bao nhiêu giá trị khác nhau của $\sin \frac{k2\pi}{5}$, khi số nguyên k thay đổi ?

Cũng câu hỏi đó cho $\cos \frac{k2\pi}{5}$; $\tan \frac{k2\pi}{5}$; $\tan \frac{k\pi}{3}$.

6.25. Dùng máy tính bỏ túi, tìm các giá trị lượng giác sau (chính xác đến hàng phân nghìn) :

$$\sin 10^\circ; \cos \frac{\pi}{9}; \tan \frac{10\pi}{9}; \cot(1,35).$$

6.26. Tính các giá trị lượng giác còn lại của α , biết :

a) $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$; b) $\sin \alpha = 0,8$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

c) $\tan \alpha = \frac{15}{8}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$; d) $\cot \alpha = -3$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

6.27. Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $\frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$; $\frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha}$.

6.28. Chứng minh rằng :

a) $\frac{\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \tan^6 \alpha$;

b) $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha} = 1 + \tan \alpha + \tan^2 \alpha + \tan^3 \alpha$;

c) $\sqrt{\sin^2 \alpha (1 + \cot \alpha) + \cos^2 \alpha (1 + \tan \alpha)} = |\sin \alpha + \cos \alpha|$;

d) $\sin^2 \alpha \tan^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = 3$.

(Giả sử các biểu thức đã cho đều có nghĩa).

6.29. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$, hãy tính theo m

a) $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$; b) $|\tan \alpha - \cot \alpha|$; c) $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$.

6.30. Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = m$, hãy tính theo m

a) $\sin \alpha \cos \alpha$; b) $|\sin \alpha - \cos \alpha|$;
c) $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$; d) $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$.

6.31. Chứng minh rằng :

a) $\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{2}{|\sin \alpha|}$;

b) $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{2 \cos \alpha}{|\sin \alpha|}$.

(Giả sử các biểu thức đã cho đều có nghĩa).