§2. ÁP DỤNG MỆNH ĐỀ VÀO SUY LUẬN TOÁN HỌC

1.18. Phát biểu và chứng minh các định lí sau :

a) $\forall n \in \mathbb{N}$, n^2 chia hết cho $3 \Rightarrow n$ chia hết cho 3 (*gợi ý :* Chứng minh bằng phản chứng).

b) $\forall n \in \mathbb{N}$, n^2 chia hết cho $6 \Rightarrow n$ chia hết cho 6.

1.24. Hãy phát biểu và chứng minh định lí đảo của định lí sau (nếu có) rồi sử dụng thuật ngữ điều kiện "cần và đủ" để phát biểu gộp cả hai định lí thuận và đảo :

Nếu m, n là hai số nguyên dương và mỗi số đều chia hết cho 3 thì tổng $m^2 + n^2$ cũng chia hết cho 3.

1.19. Cho các mệnh đề chứa biến $P(n)$: "n là số chẵn" và $Q(n)$: "$7n + 4$ là số chẵn".

a) Phát biểu và chứng minh định lí $\forall n \in \mathbb{N},\ P(n) \Rightarrow Q(n)$.

b) Phát biểu và chứng minh định lí đảo của định lí trên.

c) Phát biểu gộp định lí thuận và đảo bằng hai cách.

1.20. Cho các mệnh đề chứa biến $P(n)$: "n chia hết cho 5" ; $Q(n)$: "n^2 chia hết cho 5" và $R(n)$: "$n^2 + 1$ và $n^2 - 1$ đều không chia hết cho 5".

Sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần và đủ", phát biểu và chứng minh các định lí dưới đây :

a) $\forall n \in \mathbb{N},\ P(n) \Leftrightarrow Q(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N},\ P(n) \Leftrightarrow R(n)$.

1.21. Cho các số thực $a_1, a_2, ..., a_n$. Gọi a là trung bình cộng của chúng

$$a = \frac{a_1 + ... + a_n}{n}.$$

Chứng minh (bằng phản chứng) rằng : ít nhất một trong các số $a_1, a_2, ..., a_n$ sẽ lớn hơn hay bằng a.

1.22. Sử dụng thuật ngữ "điều kiện đủ" để phát biểu các định lí sau :

a) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng đồng dạng với nhau.

b) Nếu một hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì nó là hình thang cân.

c) Nếu tam giác ABC cân tại A thì đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A cũng là đường cao.

1.23. Sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần" để phát biểu các định lí sau :

a) Nếu một số nguyên dương lẻ được biểu diễn thành tổng của hai số chính phương thì số đó phải có dạng $4k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$).

b) Nếu m, n là hai số nguyên dương sao cho $m^2 + n^2$ là một số chính phương thì $m.n$ chia hết cho 12.