

§2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI MỘT ẨN

Phương trình bậc nhất

3.9. Tìm các giá trị của p để phương trình sau vô nghiệm

$$(4p^2 - 2)x = 1 + 2p - x.$$

3.10. Tìm các giá trị của q để mỗi phương trình sau có vô số nghiệm :

3.11. Tìm các giá trị của m để mỗi phương trình sau chỉ có một nghiệm :

$$\text{a) } (x - m)(x - 1) = 0; \quad \text{b) } m(m - 1)x = m^2 - 1.$$

3.12. Giải và biện luận các phương trình sau theo tham số m :

a) $2mx = 2x + m + 4$; b) $m(x + m) = x + 1$.

Phương trình bậc hai

3.13. Với mỗi phương trình sau, biết một nghiệm, hãy tìm tham số m và nghiệm còn lại :

a) $(2m^2 - 7m + 5)x^2 + 3mx - (5m^2 - 2m + 8) = 0$ có một nghiệm là 2.

b) $(5m^2 + 2m - 4)x^2 - 2mx - (2m^2 - m + 4) = 0$ có một nghiệm là -1 .

3.14. Giải và biện luận các phương trình sau theo tham số m :

a) $mx^2 + 2x + 1 = 0$;

b) $2x^2 - 6x + 3m - 5 = 0$;

c) $(m+1)x^2 - (2m+1)x + (m-2) = 0$;

d) $(m^2 - 5m - 36)x^2 - 2(m + 4)x + 1 \equiv 0$.

3.15. Tìm các giá trị của tham số m để mỗi phương trình sau có hai nghiệm bằng nhau :

$$\text{a) } x^2 - 2(m-1)x + 2m + 1 = 0 ;$$

$$\text{b) } 3mx^2 + (4 - 6m)x + 3(m - 1) \equiv 0 :$$

$$\text{c)} (m-3)x^2 - 2(3m-4)x + 7m - 6 \equiv 0 ;$$

$$d) (m-2)x^2 - mx + 2m - 3 = 0$$

3.16. Biết luân số giao điểm của hai parabol sau theo tham số m :

$$y \equiv x^2 + mx + 8 \quad \text{và} \quad y \equiv x^2 + x + m.$$

Định lý Vi-ét

3.17. Với mỗi phương trình sau, biết một nghiệm, tìm m và nghiệm còn lại :

a) $x^2 - mx + 21 \equiv 0$ có một nghiệm là 7 :

b) $x^2 - 9x + m = 0$ có một nghiệm là -3 :

c) $(m - 3)x^2 - 25x + 32 \equiv 0$ có một nghiệm là 4.

3.18. Giả sử x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $2x^2 - 11x + 13 = 0$.

Hãy tính :

a) $x_1^3 + x_2^3$; b) $x_1^4 + x_2^4$;

c) $x_1^4 - x_2^4$; d) $\frac{x_1}{x_2}(1 - x_2^2) + \frac{x_2}{x_1}(1 - x_1^2)$.

3.19. Giả sử x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 + 2mx + 4 = 0$.

Hãy tìm tất cả các giá trị của m để có đẳng thức :

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = 3.$$

3.20. Tìm tất cả các giá trị của a để hiệu hai nghiệm của phương trình sau bằng 1

$$2x^2 - (a+1)x + a+3 = 0.$$

3.21. Giả sử x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$.

Hãy biểu diễn các biểu thức sau đây qua các hệ số a, b và c

a) $x_1^2 + x_2^2$; b) $x_1^3 + x_2^3$;

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; d) $x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^2$.

3.22. Tìm tất cả các giá trị dương của k để các nghiệm của phương trình

$$2x^2 - (k+2)x + 7 = k^2$$

trái dấu nhau và có giá trị tuyệt đối là nghịch đảo của nhau.

3.23. Hãy tìm tất cả các giá trị của k để phương trình bậc hai

$$(k+2)x^2 - 2kx - k = 0$$

có hai nghiệm mà sắp xếp trên trục số, chúng đối xứng nhau qua điểm $x = 1$.

3.24. Giả sử a, b là hai số thoả mãn $a > b > 0$. Không giải phương trình

$$abx^2 - (a+b)x + 1 = 0,$$

hãy tính tỉ số giữa tổng hai nghiệm và hiệu giữa nghiệm lớn và nghiệm nhỏ của phương trình đó.

3.25. Giải các phương trình sau đây :

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$;

b) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$;

c) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$;

d) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$.

3.26. Các hệ số a , b và c của phương trình trùng phương $ax^4 + bx^2 + c = 0$ phải thoả mãn điều kiện gì để phương trình đó

a) Vô nghiệm ?

b) Có một nghiệm ?

c) Có hai nghiệm ?

d) Có ba nghiệm ?

e) Có bốn nghiệm ?