

## BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG I

**1.42.** Xét các mệnh đề chứa biến sau :

$P(x)$  : "x là một kĩ sư",  $Q(x)$  : "x là một người có tay nghề" và  $R(x)$  : "x là một người có thu nhập cao". Gọi  $X$  là tập hợp toàn thể loài người. Hãy diễn đạt bằng lời các mệnh đề sau :

12

Một cách tổng quát chứng minh rằng : Cho một số nguyên dương  $M$  lớn tùy ý. Khi đó, trong mỗi khoảng tùy ý đều có ít nhất  $M$  số hữu tỉ nhị phân.

**1.50.** Giả sử  $x$  là một giá trị gần đúng của  $\sqrt{5}$ . Xét số  $a = \frac{2x + 5}{x + 2}$ . Chứng minh rằng

$$|a - \sqrt{5}| < |x - \sqrt{5}|,$$

tức là nếu lấy  $a$  là giá trị gần đúng của  $\sqrt{5}$  thì ta được độ chính xác cao hơn là lấy  $x$ .

- a)  $\forall x \in X, P(x) \Rightarrow Q(x)$  ;
- b)  $\forall x \in X, \overline{Q(x)} \Rightarrow \overline{R(x)}$  ;
- c)  $\forall x \in X, P(x) \Rightarrow R(x)$ .

**1.43.** Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề

$$"\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + n + 1 \text{ là số nguyên tố}."$$

Mệnh đề phủ định đó đúng hay sai ?

**1.44.** Hãy phát biểu và chứng minh định lý đảo của định lý sau (nếu có) rồi sử dụng thuật ngữ điều kiện cần và đủ để phát biểu gộp cả hai định lý thuận và đảo :

Nếu hai số dương bằng nhau thì trung bình cộng và trung bình nhân của chúng bằng nhau.

**1.45.** Chứng minh các định lý sau bằng phương pháp phản chứng :

a) Trong một tứ giác lồi phải có ít nhất một góc không nhọn (lớn hơn hay bằng góc vuông) và có ít nhất một góc không tù (nhỏ hơn hay bằng góc vuông).

b) Nếu  $x$  và  $y$  là hai số thực với  $x \neq -1$  và  $y \neq -1$  thì  $x + y + xy \neq -1$ .

**1.46.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(m ; n)$  : " $n$  chia hết cho  $m$ " với  $m$  là số nguyên dương,  $n$  là các số tự nhiên. Xác định tính đúng - sai của các mệnh đề sau :

- a)  $P(4 ; 5)$  ;
- b)  $P(2 ; 4)$  ;
- c)  $\forall n \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}^*, P(m ; n)$  ;
- d)  $\exists m \in \mathbb{N}^*, \forall n \in \mathbb{N}, P(m ; n)$  ;
- e)  $\exists n \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}^*, P(m ; n)$ .

**1.47.** Cho  $A$  và  $B$  là hai tập hợp hữu hạn. Ký hiệu  $|A|$  là số phần tử của tập hợp  $A$ .

- a) Chứng minh rằng nếu  $A \cap B = \emptyset$  thì  $|A \cup B| = |A| + |B|$ .
- b) Chứng minh rằng  $B \cup (A \setminus B) = A \cup B$  và  $B \cap (A \setminus B) = \emptyset$ .
- c) Chứng minh rằng  $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$ .
- d) Từ đó suy ra công thức sau

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

**1.48.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| > 3\}$  và  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 2| < 5\}$ . Tìm  $A \cap B$ .

**1.49.** Người ta gọi một số hữu tỉ  $r$  có dạng  $r = \frac{m}{2^n}$  là số hữu tỉ nhị phân.

Biết rằng trong mỗi khoảng tùy ý đều có ít nhất một số hữu tỉ nhị phân. Chứng minh rằng trong mỗi khoảng bất kì đều có ít nhất 100 số hữu tỉ nhị phân.