

Chương VI

GÓC LƯỢNG GIÁC VÀ CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

A. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cung tròn. Quan hệ giữa độ và radian

Cung tròn bán kính R có số đo radian α ($0 \leq \alpha \leq 2\pi$), có số đo a° ($0 \leq a \leq 360$), có độ dài l thì :

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{a}{180}, l = R\alpha.$$

2. Công thức lượng giác cơ bản

$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$$

$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha$$

$$\cot(\alpha + k\pi) = \cot \alpha$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

3. Giá trị lượng giác của các góc (cung) có liên quan đặc biệt

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha \quad \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha \quad \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

4. Một số công thức lượng giác

• Công thức cộng

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

• Công thức nhân đôi

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha ;$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha ;$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}.$$

• Công thức hạ bậc

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} ; \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}.$$

• Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

• Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$