

§2, §3. Khái niệm về mặt tròn xoay. Mặt trụ, hình trụ và khối trụ

I - CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Mặt trụ là hình tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh một đường thẳng Δ song song với l .

Mặt trụ có trục Δ , bán kính R là tập hợp các điểm cách đường thẳng Δ một khoảng R .

2. Hình trụ là phần mặt trụ nằm giữa hai mặt phẳng phân biệt (P) , (P') vuông góc với trục của mặt trụ, cùng với hai hình tròn giới hạn bởi hai đường tròn (\mathcal{C}) và (\mathcal{C}') là giao tuyến của mặt trụ với hai mặt phẳng (P) và (P') .

Hình trụ là hình tròn xoay sinh bởi bốn cạnh của một hình chữ nhật khi quay quanh một đường trung bình của hình chữ nhật đó.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng tích số của chu vi đường tròn đáy và chiều cao.

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

3. Khối trụ là hình trụ cùng với phần bên trong hình trụ đó.

Khối trụ là hình tròn xoay sinh bởi một hình chữ nhật (kể cả các điểm nằm trong nó) khi quay quanh một đường trung bình của hình chữ nhật đó.

Thể tích khối trụ bằng tích số của diện tích đáy và chiều cao.

II - ĐỀ BÀI

20. Một hình trụ có diện tích xung quanh là S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính bằng a . Hãy tính :
- 1) Thể tích hình trụ ;
 - 2) Diện tích thiết diện qua trục của hình trụ.
21. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao OO' bằng h , A và B là hai điểm thay đổi trên hai đường tròn đáy sao cho $AB = a$ không đổi ($h < a < \sqrt{h^2 + 4R^2}$).
- 1) Chứng minh góc giữa hai đường thẳng AB và OO' không đổi.
 - 2) Chứng minh khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' không đổi.
22. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông.
- 1) Tính diện tích và thể tích hình cầu ngoại tiếp hình trụ.
 - 2) Một mp(P) song song với trục hình trụ, cắt đáy hình trụ theo một dây cung có độ dài bằng bán kính đáy hình trụ. Tính diện tích các thiết diện của hình trụ và hình cầu ngoại tiếp hình trụ khi cắt bởi mặt phẳng (P).
23. Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = a$, $BC = 2a$ và đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng ($ABCD$), Δ song song với AD và cách AD một khoảng bằng x , Δ không có điểm chung với hình chữ nhật $ABCD$.
- 1) Tính thể tích của hình tròn xoay tạo nên khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh Δ .
 - 2) Xác định x để thể tích nói trên gấp ba lần thể tích hình cầu có bán kính bằng cạnh AB .
24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , trục OO' bằng h . Một mặt phẳng (P) thay đổi đi qua O , tạo với đáy hình trụ góc α cho trước và cắt hai đáy của hình trụ đã cho theo các dây AB và CD (dây AB đi qua O).
- 1) Tính diện tích tứ giác $ABCD$.
 - 2) Chứng minh rằng hình chiếu vuông góc H của điểm O' trên (P) thuộc một đường tròn cố định.
25. Cho hình lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng h .
- 1) Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

- 2) Tính diện tích toàn phần và thể tích hình trụ nội tiếp hình lăng trụ.
26. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với đáy nhỏ $AB = a$, đáy lớn $CD = 4a$, cạnh bên bằng $\frac{5a}{2}$; chiều cao hình lăng trụ bằng h .
- 1) Chứng minh rằng có hình trụ nội tiếp hình lăng trụ đã cho.
 - 2) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình trụ đó.
27. Cho hình trụ có trục O_1O_2 . Một mặt phẳng (α) song song với trục O_1O_2 , cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$. Gọi O là tâm của thiết diện đó. Tính O_1OO_2 biết rằng bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng bán kính đường tròn đáy hình trụ.
28. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π .
- 1) Tính diện tích toàn phần của hình trụ.
 - 2) Tính thể tích khối trụ.
 - 3) Tính thể tích khối lăng trụ n -giác đều nội tiếp hình trụ.
 - 4) Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình trụ.
 - 5) Một mặt phẳng (α) song song với trục hình trụ và cắt hình trụ đó theo thiết diện ABB_1A_1 . Biết một cạnh của thiết diện là dây cung của một đường tròn đáy và cung một cung 120° . Tính diện tích thiết diện.
29. Xét hình trụ nội tiếp một mặt cầu bán kính R mà diện tích thiết diện qua trục hình trụ là lớn nhất. Tính :
- 1) Thể tích V và diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ.
 - 2) Thể tích hình lăng trụ n -giác đều nội tiếp hình trụ và thể tích hình lăng trụ n -giác đều ngoại tiếp hình trụ.
 - 3) Diện tích thiết diện của hình trụ khi cắt bởi một mặt phẳng song song với trục hình trụ và cách trục một khoảng $\frac{R}{2}$.
30. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ nội tiếp trong một hình trụ cho trước, góc giữa đường thẳng B_1D và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 30° . Khoảng cách từ trục hình trụ đến mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng $\frac{3}{2}a$. Tính thể tích hình hộp đã cho và thể tích hình cầu ngoại tiếp hình hộp, biết đường kính của đáy hình trụ bằng $5a$.