§3. Phương trình đường thẳng

I – CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Đường thẳng đi qua điểm $M_o(x_o ; y_o ; z_o)$ với vectơ chỉ phương $\vec{u}(a ; b ; c)$ có :

+ Phương trình tham số là $\begin{cases} x = x_o + at \\ y = y_o + bt \\ z = z_o + ct \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R}).$

(Mỗi giá trị t cho ta các giá trị tương ứng x, y, z là toạ độ của một điểm M thuộc đường thẳng).

+ Phương trình chính tắc là : $\frac{x-x_o}{a}=\frac{y-y_o}{b}=\frac{z-z_o}{c}$

với điều kiện $abc \neq 0$.

2. Cho hai mặt phẳng (α) và (α') lần lượt có phương trình là :

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ và } A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

với điều kiện $A : B : C \neq A' : B' : C'$.

Điều kiện trên chứng tỏ hai mặt phẳng đó cắt nhau. Gọi d là đường thẳng giao tuyến của chúng. Đường thẳng d gồm những điểm $M(x; y; z)$ vừa thuộc mặt phẳng (α) vừa thuộc mặt phẳng (α') nên toạ độ của M là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0. \end{cases}$$

Khi đó, $\vec{u} = \left[\vec{n}, \vec{n'}\right]$ với $\vec{n} = (A; B; C)$, $\vec{n'} = (A' ; B' ; C')$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d (đi qua M_o và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$) và đường thẳng d' (đi qua M_o' và có vectơ chỉ phương $\vec{u'}$).

+ d và d' cùng nằm trong một mặt phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{M_oM_o'} = 0$.

+ $d \equiv d' \Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = \left[\vec{u}, \overrightarrow{M_oM_o'}\right] = \vec{0}$.

+ $d \,//\, d' \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}, \overrightarrow{M_oM_o'}\right] \neq \vec{0}. \end{cases}$

+ d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{M_oM_o'} = 0 \\ \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] \neq \vec{0}. \end{cases}$

+ d, d' chéo nhau $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{M_oM_o'} \neq 0$.

Khi giải bài tập, nếu biết phương trình của hai đường thẳng d, d', ta cũng có thể xét vị trí tương đối giữa chúng bằng cách giải hệ phương trình để tìm giao điểm.

Nếu hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì d, d' cắt nhau.

Nếu hệ phương trình có vô số nghiệm thì $d \equiv d'$.

Nếu hệ phương trình vô nghiệm thì d, d' song song hoặc chéo nhau, lúc đó cần xét thêm các vectơ chỉ phương của chúng (hai đường thẳng chéo nhau khi hai vectơ đó khác phương).

4. *Góc*

+ Cho hai đường thẳng d, d' lần lượt có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a\ ;\ b\ ;\ c)$ và $\overrightarrow{u'}(a'\,;b'\,;c')$. Góc φ giữa hai đường thẳng đó được tính theo công thức

$$\cos\varphi = \frac{\left|\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\overrightarrow{u'}\right|} = \frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}\ \ (0 \leq \varphi \leq 90^{\circ}).$$

+ Cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a\ ;\ b\ ;\ c)$ và mp(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(A\ ;\ B\ ;\ C)$. Gọi φ là góc giữa d và (α) thì φ được tính theo công thức

$$\sin\varphi = \frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \frac{|Aa+Bb+Cc|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}.$$

5. *Khoảng cách*

+ Khoảng cách từ điểm M_1 tới đường thẳng Δ (đi qua M_o và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$) là :

$$d(M_1, \Delta) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{M_1M_o}, \vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}.$$

+ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Δ (đi qua M_o với vectơ chỉ phương $\vec{u}$) và Δ' (đi qua M'_o với vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}$) là :

$$d(\Delta, \Delta') = \frac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_oM'_o}\right|}{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right]\right|}.$$

II – ĐỀ BÀI

55. Viết phương trình tham số của đường thẳng d, biết :

a) $d : \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-5}{-3} = \dfrac{z-1}{-4}$;

b) $d : \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{3}$.

56. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d biết :

a) $d : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$ b) $d : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 2t. \end{cases}$

57. Viết phương trình tham số hoặc chính tắc của đường thẳng d, biết :

a) d là giao tuyến của hai mặt phẳng

(α): $x - 3y + z = 0$ và (α'): $x + y - z + 4 = 0$;

b) d là giao tuyến của mặt phẳng $y - 2z + 3 = 0$ với mặt phẳng toạ độ (Oyz).

58. Cho hai điểm $A(2 ; 4 ; -1)$ và $B(5 ; 0 ; 7)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB, tia AB và đoạn thẳng AB.

59. Viết phương trình đường thẳng trong mỗi trường hợp sau đây :

a) Đi qua $A(2 ; 0 ; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

b) Đi qua $A(-2 ; 1 ; 2)$ và song song với trục Oz.

c) Đi qua $A(2 ; 3 ; -1)$ và $B(1 ; 2 ; 4)$.

d) Đi qua $A(4 ; 3 ; 1)$ và song song với đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3t \\ z = 3 + 2t. \end{cases}$

e) Đi qua $A(1 ; 2 ; -1)$ và song song với đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha) : x + y - z + 3 = 0$ và $(\alpha') : 2x - y + 5z - 4 = 0$.

g) Đi qua $A(-2 ; 1 ; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : x + 2y - 2z + 1 = 0$.

h) Đi qua $A(2 ; -1 ; 1)$ và vuông góc với hai đường thẳng lần lượt có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}(-1 ; 1 ; -2)$ và $\overrightarrow{u_2}(1 ; -2 ; 0)$.

60. Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng

$$d : \frac{x - x_o}{a} = \frac{y - y_o}{b} = \frac{z - z_o}{c}$$

trên các mặt phẳng toạ độ.

61. a) Viết phương trình hình chiếu của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

trên mỗi mặt phẳng sau : mp(Oxy), mp(Oxz), mp(Oyz), mp(α) : $x + y + z - 7 = 0$.

b) Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = \frac{7}{2} + 3t \\ y = -2t \\ z = -2t \end{cases}$$

trên mặt phẳng $(\alpha) : x + 2y - 2z - 2 = 0$.

62. Xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng d và d' cho bởi các phương trình sau :

a) $d : \frac{x - 1}{2} = \frac{y - 7}{1} = \frac{z - 3}{4}$, $\quad d' : \frac{x - 6}{3} = \frac{y + 1}{-2} = \frac{z + 2}{1}$;

b) $d : \frac{x - 1}{2} = \frac{y - 2}{-2} = \frac{z}{1}$, $\quad d' : \frac{x}{-2} = \frac{y + 8}{3} = \frac{z - 4}{1}$;

c) $d : \frac{x - 2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z + 1}{-8}$, $\quad d' : \frac{x - 7}{-6} = \frac{y - 2}{9} = \frac{z}{12}$;

d) $d : \frac{x - 1}{9} = \frac{y - 6}{6} = \frac{z - 3}{3}$, $\quad d' : \frac{x - 7}{6} = \frac{y - 6}{4} = \frac{z - 5}{2}$;

e) $d : \begin{cases} x = 9t \\ y = 5t \\ z = -3 + t, \end{cases}$

d' là giao tuyến của hai mặt phẳng :

$(\alpha) : 2x - 3y - 3z - 9 = 0$ và $(\alpha') : x - 2y + z + 3 = 0$.

63. Xét vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) cho bởi các phương trình sau :

a) $d : \frac{x - 12}{4} = \frac{y - 9}{3} = \frac{z - 1}{1}$, $\quad (\alpha) : 3x + 5y - z - 2 = 0$;

b) $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z}{3}$, $(\alpha): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$;

c) $d: \dfrac{x-9}{8} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-3}{3}$, $(\alpha): x + 2y - 4z + 1 = 0$;

d) $d: \dfrac{x-7}{5} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-5}{4}$, $(\alpha): 3x - y + 2z - 5 = 0$;

e) d là giao tuyến của hai mặt phẳng :

$$(P): 3x + 5y + 7z + 16 = 0 \text{ và } (Q): 2x - y + z - 6 = 0,$$

$(\alpha): 5x - z - 4 = 0.$

64. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho bốn đường thẳng :

$d_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z}{-4}$,

$d_3: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$, $d_4: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

a) Chứng minh hai đường thẳng d_1 và d_2 cùng nằm trên một mặt phẳng. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng đó.

b) Chứng minh rằng tồn tại một đường thẳng d cắt cả bốn đường thẳng đã cho. Hãy viết phương trình chính tắc của đường thẳng d.

65. a) Tìm tập hợp các điểm cách đều ba điểm $A(1 ; 1 ; 1)$, $B(-1 ; 2 ; 0)$, $C(2 ; -3 ; 2)$.

b) Tìm quỹ tích các điểm M cách đều hai trục toạ độ Ox, Oy và điểm $A(1 ; 1 ; 0)$.

66. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng Δ và Δ', trong đó Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng :

$$(\alpha): 2x + y + 1 = 0 \quad \text{và} \quad (\beta): x - y + z - 1 = 0,$$

Δ' là giao tuyến của hai mặt phẳng :

$$(\alpha'): 3x + y - z + 3 = 0 \quad \text{và} \quad (\beta'): 2x - y + 1 = 0.$$

a) Chứng minh Δ và Δ' cắt nhau.

b) Viết phương trình chính tắc của các đường phân giác của các góc tạo bởi Δ và Δ'.

67. Tính khoảng cách từ điểm M_o tới đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau :

a) $M_o(2\ ;\ 3\ ;\ 1)$, $\quad d : \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$;

b) $M_o(2\ ;\ 3\ ;\ -1)$, d là giao tuyến của hai mặt phẳng

$(\alpha) : x + y - 2z - 1 = 0$ và $(\alpha') : x + 3y + 2z + 2 = 0$;

c) $M_o(1\ ;\ 2\ ;\ 1)$, $\quad d : \dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z+3}{1}$;

d) $M_o(1\ ;\ 0\ ;\ 0)$, $\quad d : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}$.

68. Cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0; 0; 1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 1; 3)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x + y - z + 5 = 0$. Chứng minh d song song với (α). Tính khoảng cách giữa d và (α).

69. Tính khoảng cách giữa các cặp đường thẳng sau :

a) $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t, \\ z = 1 \end{cases}$ $\quad d_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = -2 + 3t' \\ z = 3t' ; \end{cases}$

b) $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-4}{-2}$, $\quad d_2 : \dfrac{x+2}{-4} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+1}{4}$;

c) $d_1 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{3}$, $\quad d_2 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + t\ ; \\ z = t \end{cases}$

d) d_1 là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha) : 2x + 3y - 4 = 0$ và

$(\alpha') : y + z - 4 = 0,$

$d_2 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$

70. 1. Tính góc giữa đường thẳng $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{1}$ và mỗi trục toạ độ.

2. Tính góc giữa mỗi cặp đường thẳng sau :

a) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t, \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 - t' \\ y = -1 + 3t' \\ z = 4 + 2t' ; \end{cases}$

b) $d : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+2}{4}$, d' là giao tuyến của hai mặt phẳng

(α): $x + 2y - z + 1 = 0$ và (α'): $2x + 3z - 2 = 0$.

71. Tính góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) trong các trường hợp sau :

a) $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t, \end{cases}$ $(\alpha) : 2x - y + 2z - 1 = 0$;

b) $\Delta : \dfrac{x+2}{4} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$, $(\alpha) : x + y - z + 2 = 0$;

c) $\Delta : \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$, $(\alpha) : x + 2y - z + 5 = 0$;

d) $\Delta : \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z+3}{-1}$, $(\alpha) : 2x + y + z - 1 = 0$.

72. a) Tìm toạ độ hình chiếu (vuông góc) của điểm $M_0(1 ; -1 ; 2)$ trên mặt phẳng

$(\alpha) : 2x - y + 2z + 12 = 0$.

b) Cho bốn điểm $A(4 ; 1 ; 4)$, $B(3 ; 3 ; 1)$, $C(1 ; 5 ; 5)$, $D(1 ; 1 ; 1)$. Tìm toạ độ hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC).

c) Cho ba điểm $A(1 ; 1 ; 2)$, $B(-2 ; 1 ; -1)$, $C(2 ; -2 ; -1)$. Tìm toạ độ hình chiếu của gốc O trên mặt phẳng (ABC).

73. a) Tìm toạ độ điểm đối xứng của $M_0\ (2 ; -3 ; 1)$ qua mặt phẳng

$(\alpha) : x + 3y - z + 2 = 0$.

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $A(0 ; 0 ; 1)$ qua mặt phẳng :

$6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

c) Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $B(2 ; 3 ; 5)$ qua mặt phẳng :

$2x + 3y + z - 17 = 0$.

74. a) Cho hai điểm $A(3 ; 1 ; 0)$, $B(-9 ; 4 ; 9)$ và mp$(\alpha) : 2x - y + z + 1 = 0$. Tìm toạ độ điểm M trên (α) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

b) Cho hai điểm $A(3 ; 1 ; 1)$, $B(7 ; 3 ; 9)$ và mp(α) : $x + y + z + 3 = 0$. Tìm điểm M trên (α) để $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

75. a) Cho ba điểm $A(-1 ; 3 ; 2)$, $B(4 ; 0 ; -3)$, $C(5 ; -1 ; 4)$. Tìm toạ độ hình chiếu H của điểm A trên đường thẳng BC.

b) Cho đường thẳng $d : \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z}{-1}$ và điểm $M_o(4 ; -3 ; 2)$. Tìm toạ độ hình chiếu H của M_o trên đường thẳng d.

76. a) Tìm toạ độ điểm đối xứng của $M_o(2 ; -1 ; 1)$ qua đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2t. \end{cases}$$

b) Tìm toạ độ điểm đối xứng của $M_o(-3 ; 1 ; -1)$ qua đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α): $4x - 3y - 13 = 0$ và (α'): $y - 2z + 5 = 0$.

c) Tìm toạ độ điểm đối xứng của $M_o(2 ; -1 ; 1)$ qua đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α): $y + z - 4 = 0$ và (α'): $2x - y - z + 2 = 0$.

77. Viết phương trình đường vuông góc chung của các cặp đường thẳng sau :

a) $d : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+4}{-5}$, $\qquad d' : \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{-1}$;

b) $d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t, \end{cases} \qquad d' : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t. \end{cases}$

78. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $B'B$, CD và $A'D'$.

a) Tính khoảng cách giữa cặp đường thẳng $A'B$, $B'D$ và cặp đường thẳng PI, AC' (I là tâm của đáy $ABCD$).

b) Tính góc giữa hai đường thẳng MP và $C'N$.

Tính góc giữa hai mặt phẳng (PAI) và $(DCC'D')$.

79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD.

a) Tính khoảng cách từ đỉnh A tới mặt phẳng (BCM) và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, CN.

b) Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SBC).

c) Tính tỉ số thể tích giữa hai phần của hình chóp $S.ABCD$ chia bởi mặt phẳng (BCM).

80. a) Cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng

$$(\alpha) : x + y + z + 1 = 0 \text{ và } (\alpha') : x - y + z - 1 = 0 ;$$

và cho hai mặt phẳng $(P_1) : x + 2y + 2z + 3 = 0$

$$(P_2) : x + 2y + 2z + 7 = 0.$$

Viết phương trình mặt cầu có tâm I thuộc d và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P_1) và (P_2).

b) Cho đường thẳng $d : \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$ và hai mặt phẳng

$$(P_1) : x + y - 2z + 5 = 0$$
$$(P_2) : 2x - y + z + 2 = 0.$$

Viết phương trình mặt cầu có tâm I thuộc d và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P_1) và (P_2).

81. Cho đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(0; 0; 1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0; 1; 0)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(0 ; 0 -1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(1 ; 0 ; 0)$. Tìm tập hợp các điểm M nằm trong mỗi mặt phẳng toạ độ và cách đều d_1, d_2.

82. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0, ABC \neq 0$$

và điểm $M_o(x_o ; y_o ; z_o)$ không thuộc (α). Các đường thẳng qua M_o lần lượt song song với các trục toạ độ cắt (α) tại M_1, M_2, M_3. Tính thể tích khối tứ diện $M_oM_1M_2M_3$.

83. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho đường thẳng :

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - t. \end{cases}$$

Gọi d' là giao tuyến của hai mặt phẳng

$$(\alpha) : 3y - z - 7 = 0 \text{ và } (\alpha') : 3x + 3y - 2z - 17 = 0.$$

a) Chứng minh d, d' chéo nhau và vuông góc với nhau.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua d' và vuông góc với d. Tìm toạ độ giao điểm H của d và (P).

c) Một mặt phẳng (Q) thay đổi, luôn song song với mp(Oxy), cắt d, d' lần lượt tại M, M'. Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn MM'.

84. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, xét đường thẳng Δ_m là giao tuyến của hai mặt phẳng (α): $mx + y - mz - 1 = 0$ và (α'): $x - my + z - m = 0$.

a) Chứng minh góc giữa Δ_m và trục Oz không đổi ; khoảng cách giữa Δ_m và Oz không đổi.

b) Tìm tập hợp các giao điểm M của Δ_m và mp(Oxy) khi m thay đổi.

85. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(-23 ; -10 ; 0)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(8 ; 4 ; 1)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(3 ; -2 ; 0)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(2 ; -2 ; 1)$.

a) Viết phương trình các mặt phẳng (P_1), (P_2) lần lượt đi qua d_1, d_2 và song song với nhau.

b) Tính khoảng cách giữa d_1 và d_2.

c) Viết phương trình đường thẳng Δ song song với Oz và cắt cả d_1, d_2.

86. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho $A(1 ; 2 ; -1)$, $B(-1 ; 1 ; 1)$, $C(1 ; 0 ; 1)$.

a) Chứng minh $OABC$ là một tứ diện vuông đỉnh O.

b) Chứng minh rằng ngoài điểm O còn có một điểm S duy nhất sao cho $SABC$ là tứ diện vuông đỉnh S. Tìm toạ độ của S.

c) Mặt phẳng (Oxy) chia tam giác ABC thành hai phần, tính tỉ số diện tích hai phần đó.

d) Tính góc giữa mp(ABC) và mp(Oxy).

87. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho mặt cầu

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 26z - 113 = 0$$

và hai đường thẳng

$$d : \frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+13}{2}, \qquad d' : \begin{cases} x = -7 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = 8. \end{cases}$$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) và vuông góc với d.

b) Viết phương trình mặt phẳng (Q) tiếp xúc với (S) và song song với cả d, d'.

88. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, xét mặt phẳng

$(\alpha_m) : 3mx + 5\sqrt{1-m^2}\,y + 4mz + 20 = 0, m \in [-1 ; 1].$

a) Tính khoảng cách từ gốc O tới mặt phẳng (α_m).

b) Chứng minh rằng với mọi $m \in [-1 ; 1]$, (α_m) tiếp xúc với một mặt cầu cố định.

c) Với giá trị nào của m, hai mặt phẳng (α_m) và (Oxz) cắt nhau ? Khi m thay đổi, chứng minh rằng các giao tuyến đó song song.