

## Ôn tập chương I

### Bài tập tự luận

55. Cho phép dời hình  $f$ . Biết rằng có một điểm  $I$  duy nhất sao cho  $f$  biến  $I$  thành chính nó, ngoài ra hợp thành của  $f$  với chính nó là phép đồng nhất. Chứng minh  $f$  là phép đối xứng tâm.
56. Cho hình chóp cụt đều có hai đáy là hai đa giác đều  $D_1$  và  $D_2$ . Hãy chỉ ra các phép vị tự biến  $D_1$  thành  $D_2$ .
57. Người ta gọt một khối lập phương bằng gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết cạnh của khối lập phương bằng  $a$ , hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó.

58. Cho đường tròn đường kính  $AB = 2R$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  và một điểm  $M$  nằm trên đường tròn đó sao cho  $\widehat{MAB} = \alpha$ . Trên đường thẳng vuông góc với  $(P)$  tại  $A$ , lấy điểm  $S$  sao cho  $SA = h$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $SM$  và  $SB$ .
- Chứng minh rằng  $SB \perp mp(KHA)$ .
  - Gọi  $I$  là giao điểm của  $HK$  với  $(P)$ . Hãy chứng minh  $AI$  là tiếp tuyến của đường tròn đã cho.
  - Cho  $h = 2R$ ,  $\alpha = 30^\circ$ , tính thể tích khối chóp  $S.KHA$ .
59. Các cạnh bên của hình chóp  $O.ABC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OC = c$ . Tính thể tích của khối lập phương nằm trong hình chóp này mà một đỉnh trùng với  $O$  và ba cạnh cùng xuất phát từ  $O$  nằm trên  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ , còn đỉnh đối diện với  $O$  thuộc mặt phẳng  $(ABC)$ .
60. Trên nửa đường tròn đường kính  $AB = 2R$ , lấy một điểm  $C$  tùy ý ( $C$  khác  $A, B$ ). Kẻ  $CH \perp AB$  ( $H \in AB$ ), gọi  $I$  là trung điểm của  $CH$ . Trên nửa đường thẳng  $It$  vuông góc với  $mp(ABC)$ , lấy điểm  $S$  sao cho  $\widehat{ASB} = 90^\circ$ .
- Chứng minh rằng khi  $C$  chạy trên nửa đường tròn đã cho thì :
    - Mặt phẳng  $(SAB)$  cố định ;
    - Điểm cách đều các điểm  $S, A, B, I$  chạy trên một đường thẳng cố định.
  - Cho  $AH = x$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  theo  $R$  và  $x$ . Tìm vị trí của  $C$  để thể tích đó lớn nhất.
61. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$ , vuông góc với cạnh  $SC$  cắt  $SB, SC, SD$  lần lượt tại  $B', C', D'$ .
- Chứng minh rằng tứ giác  $AB'C'D'$  có hai góc đối diện là góc vuông.
  - Chứng minh rằng nếu  $S$  di chuyển trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  tại  $A$  thì  $mp(AB'C'D')$  luôn đi qua một đường thẳng cố định và các điểm  $A, B, B', C, C', D, D'$  cùng cách đều một điểm cố định một khoảng không đổi.
  - Giả sử góc giữa cạnh  $SC$  và mặt bên  $(SAB)$  bằng  $x$ .  
Tính tỉ số giữa thể tích của hình chóp  $S.AB'C'D'$  và thể tích của hình chóp  $S.ABCD$  theo  $x$ , biết rằng  $AB = BC$ .

62. Cho hình tứ diện  $ABCD$ .

1. Chứng minh rằng nếu chân  $H$  của đường cao của hình tứ diện xuất phát từ  $A$  trùng với trực tâm của tam giác  $BCD$  và nếu  $AB \perp AC$  thì  $AC \perp AD$  và  $AD \perp AB$ .

2. Giả sử  $BC = CD = DB$ ,  $AB = AC = AD$ . Gọi  $H$  là chân đường cao của hình tứ diện xuất phát từ  $A$ ,  $J$  là chân của đường vuông góc hạ từ  $H$  xuống  $AD$ . Đặt  $AH = h$ ,  $HJ = d$ . Tính thể tích của hình tứ diện  $ABCD$  theo  $d$  và  $h$ .

### Bài tập trắc nghiệm

1. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất :

- (A) Hai mặt ;(B) Ba mặt ;  
(C) Bốn mặt ;(D) Năm mặt.

2. Cho khối tứ diện  $ABCD$ . Lấy một điểm  $M$  nằm giữa  $A$  và  $B$ , một điểm  $N$  nằm giữa  $C$  và  $D$ . Bằng hai mặt phẳng  $(MCD)$  và  $(NAB)$  ta chia khối tứ diện đã cho thành bốn khối tứ diện :

- (A)  $AMCN$ ,  $AMND$ ,  $AMCD$ ,  $BMCN$  ;  
(B)  $AMCN$ ,  $AMND$ ,  $BMCN$ ,  $BMND$  ;  
(C)  $AMCD$ ,  $AMND$ ,  $BMCN$ ,  $BMND$  ;  
(D)  $BMCD$ ,  $BMND$ ,  $AMCN$ ,  $AMDN$ .

3. Phép đối xứng qua mặt phẳng  $(P)$  biến đường thẳng  $d$  thành đường thẳng  $d'$  cắt  $d$  khi và chỉ khi :

- (A)  $d$  cắt  $(P)$  ;  
(B)  $d$  nằm trên  $(P)$  ;  
(C)  $d$  cắt  $(P)$  nhưng không vuông góc với  $(P)$  ;  
(D)  $d$  không vuông góc với  $(P)$ .

4. Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

- (A) 6 ;(B) 7 ;  
(C) 8 ;(D) 9.

5. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là

- (A) 3 ;(B) 6 ;  
(C) 9 ;(D) 12.

6. Số mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là  
 (A) 4 ;(B) 6 ;  
 (C) 8 ;(D) 10.
7. Hình  $\mathcal{H}$  gồm ba mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  và  $(R)$ , trong đó  $(P) // (Q)$  và  $(P) \perp (R)$ . Các mặt phẳng đối xứng của  $\mathcal{H}$  là  
 (A) Mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  ;  
 (B) Mặt phẳng  $(R)$  và mặt phẳng cách đều  $(P)$  và  $(Q)$  ;  
 (C) Mặt phẳng  $(R)$  ;  
 (D) Cả ba đáp án trên đều sai.
8. Thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $k$  và phép đối xứng qua mặt phẳng  $(P)$ ,  $(O \notin (P))$ , ta được phép biến hình  $f$ . Giả sử  $(Q)$  là mặt phẳng qua  $O$  và vuông góc với  $(P)$ . Khi đó  $f$  biến  $(Q)$  thành :  
 (A) Mặt phẳng  $(Q')$  song song với  $(Q)$  ;  
 (B) Mặt phẳng  $(P)$  ;  
 (C) Mặt phẳng  $(Q)$  ;  
 (D) Mặt phẳng  $(P')$  qua  $O$  và song song với  $(P)$ .
9. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng ?  
 (A) Phép vị tự biến mặt phẳng thành mặt phẳng song song với nó ;  
 (B) Phép vị tự biến mặt phẳng qua tâm vị tự thành chính nó ;  
 (C) Không có phép vị tự nào biến hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  lần lượt thành  $A$  và  $B$  ;  
 (D) Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.
10. Khối mười hai mặt đều thuộc loại :  
 (A)  $\{3, 5\}$  ;(B)  $\{3, 6\}$  ;  
 (C)  $\{5, 3\}$  ;(D)  $\{4, 4\}$ .
11. Đáy của một hình hộp đứng là một hình thoi có đường chéo nhỏ bằng  $d$  và góc nhọn bằng  $\alpha$ . Diện tích của một mặt bên bằng  $S$ . Thể tích của hình hộp đã cho là  
 (A)  $dS \cos \frac{\alpha}{2}$  ;(B)  $dS \sin \frac{\alpha}{2}$  ;  
 (C)  $\frac{1}{2} dS \sin \alpha$  ;(D)  $dS \sin \alpha$ .

12. Cho khối lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có thể tích là  $V$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AA'$  và  $BB'$ . Khi đó thể tích của khối đa diện  $ABCIJC'$  bằng
- (A)  $\frac{3}{4}V$ ; (B)  $\frac{4}{5}V$ ;  
 (C)  $\frac{2}{3}V$ ; (D)  $\frac{3}{5}V$ .
13. Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là một hình thoi và hai mặt chéo  $ACC'A'$ ,  $BDD'B'$  đều vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt này có diện tích lần lượt bằng  $100\text{ cm}^2$ ,  $105\text{ cm}^2$  và cắt nhau theo một đoạn thẳng có độ dài  $10\text{ cm}$ . Khi đó thể tích của hình hộp đã cho là
- (A)  $225\sqrt{5}\text{ cm}^3$ ; (B)  $425\text{ cm}^3$ ;  
 (C)  $235\sqrt{5}\text{ cm}^3$ ; (D)  $525\text{ cm}^3$ .
14. Khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là một tam giác đều cạnh  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Hình chiếu của đỉnh  $A'$  trên mặt phẳng đáy ( $ABC$ ) trùng với trung điểm của cạnh  $BC$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là
- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ ; (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ ;  
 (C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ ; (D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .
15. Hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có diện tích các mặt  $ABCD$ ,  $ABB'A'$ ,  $ADD'A'$  lần lượt bằng  $20\text{ cm}^2$ ,  $28\text{ cm}^2$  và  $35\text{ cm}^2$ . Thể tích của hình hộp là
- (A)  $160\text{ cm}^3$ ; (B)  $120\text{ cm}^3$ ;  
 (C)  $130\text{ cm}^3$ ; (D)  $140\text{ cm}^3$ .
16. Hình hộp đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là một hình thoi với diện tích  $S_1$ . Hai mặt chéo  $ACC'A'$  và  $BDD'B'$  có diện tích lần lượt bằng  $S_2$  và  $S_3$ . Khi đó thể tích của hình hộp là
- (A)  $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{2}}$ ; (B)  $\frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{S_1 S_2 S_3}$ ;  
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{S_1 S_2 S_3}$ ; (D)  $\frac{S_1}{2} \sqrt{S_2 S_3}$ .

17. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Khi đó thể tích khối tứ diện  $AA'B'O$  là
- (A)  $\frac{a^3}{8}$  ;(B)  $\frac{a^3}{12}$  ;  
 (C)  $\frac{a^3}{9}$  ;(D)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .
18. Cho biết thể tích của một hình hộp chữ nhật là  $V$ , đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Khi đó diện tích toàn phần của hình hộp bằng
- (A)  $2\left(\frac{V}{a} + a^2\right)$  ;(B)  $4\frac{V}{a} + 2a^2$  ;  
 (C)  $2\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$  ;(D)  $4\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$ .
19. Cho một hình chóp tam giác có đường cao bằng 100cm và các cạnh đáy bằng 20cm, 21cm, 29cm. Thể tích của hình chóp đó bằng
- (A)  $6000\text{ cm}^3$  ;(B)  $6213\text{ cm}^3$  ;  
 (C)  $7000\text{ cm}^3$  ;(D)  $7000\sqrt{2}\text{ cm}^3$ .
20. Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  với  $SA \perp SB$ ,  $SB \perp SC$ ,  $SC \perp SA$ ,  $SA = a$ ,  $SB = b$ ,  $SC = c$ . Thể tích của hình chóp bằng
- (A)  $\frac{1}{3}abc$  ;(B)  $\frac{1}{6}abc$  ;  
 (C)  $\frac{1}{9}abc$  ;(D)  $\frac{2}{3}abc$ .
21. Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng  $b$  và chiều cao  $h$ . Khi đó, thể tích của hình chóp bằng
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{4}(b^2 - h^2)h$  ;(B)  $\frac{\sqrt{3}}{12}(b^2 - h^2)h$  ;  
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}(b^2 - h^2)b$  ;(D)  $\frac{\sqrt{3}}{8}(b^2 - h^2)h$ .
22. Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA \perp SB$ ,  $SB \perp SC$ ,  $SC \perp SA$  và  $AB = 13\text{cm}$ ,  $BC = 15\text{cm}$ ,  $CA = \sqrt{106}\text{ cm}$ . Thể tích của hình chóp bằng
- (A)  $90\text{ cm}^3$  ;(B)  $80\text{ cm}^3$  ;  
 (C)  $92\text{ cm}^3$  ;(D)  $80\sqrt{2}\text{ cm}^3$ .

23. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của hình chóp đó bằng

(A)  $\frac{a^3}{3}$ ; (B)  $\frac{a^3}{6}$ ;

(C)  $\frac{2}{3}a^3$ ; (D)  $\frac{a^3}{9}$ .

24. Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó, thể tích của hình chóp bằng

(A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ ; (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ ;

(C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ ; (D)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

25. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của hình chóp đó bằng

(A)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ ; (B)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ ;

(C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ ; (D)  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

26. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên bằng  $b$ . Khi đó thể tích của hình chóp bằng

(A)  $\frac{1}{3}a^2\sqrt{b^2 - 2a^2}$ ; (B)  $\frac{1}{6}a^2\sqrt{b^2 - 2a^2}$ ;

(C)  $\frac{1}{6}a^2\sqrt{4b^2 - 2a^2}$ ; (D)  $\frac{2}{3}a^2\sqrt{2b^2 - a^2}$ .

27. Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của hình chóp đó bằng

(A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ ; (B)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ ;

(C)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ ; (D)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

28. Đường chéo của một hình hộp chữ nhật bằng  $d$ , góc giữa đường chéo và mặt đáy là  $\alpha$ , góc nhọn giữa hai đường chéo của đáy bằng  $\beta$ . Thể tích của hình hộp đó bằng

(A)  $\frac{1}{2}d^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \sin \beta$  ; (B)  $\frac{1}{3}d^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \sin \beta$  ;

(C)  $d^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta$  ; (D)  $\frac{1}{2}d^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \beta$ .

29. Cho lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , đường chéo  $AC'$  tạo với mặt bên  $(BCC'B')$  một góc  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 45^\circ$ ). Khi đó, thể tích của khối lăng trụ bằng

(A)  $a^3 \sqrt{\cot^2 \alpha + 1}$  ; (B)  $a^3 \sqrt{\cot^2 \alpha - 1}$  ;

(C)  $a^3 \sqrt{\cos 2\alpha}$  ; (D)  $a^3 \sqrt{\tan^2 \alpha - 1}$ .

30. Đáy của hình chóp  $S.ABCD$  là một hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng  $a$ . Thể tích khối tứ diện  $SBCD$  bằng

(A)  $\frac{a^3}{3}$  ; (B)  $\frac{a^3}{4}$  ;

(C)  $\frac{a^3}{6}$  ; (D)  $\frac{a^3}{8}$ .

31. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là một hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh bên  $SC$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của hình chóp đó bằng

(A)  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$  ; (B)  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$  ;

(C)  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$  ; (D)  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$ .

32. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là một hình vuông cạnh  $a$ . Các mặt phẳng  $(SAB)$ ,  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh bên  $SC$  tạo với mặt phẳng đáy một góc  $30^\circ$ . Thể tích của hình chóp đã cho bằng

(A)  $\frac{a^3 \sqrt{6}}{9}$  ; (B)  $\frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$  ;

(C)  $\frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$  ; (D)  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$ .