



Ôn tập chương II

Bài tập tự luận

45. Cho tứ diện đều $ABCD$, AA_1 là một đường cao của tứ diện. Gọi I là trung điểm của AA_1 . Mặt phẳng (BCI) chia tứ diện đã cho thành hai tứ diện. Tính tỉ số hai bán kính của hai mặt cầu ngoại tiếp hai tứ diện đó.
46. Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và chiều cao thay đổi. Tìm hệ thức liên hệ giữa cạnh đáy và chiều cao của hình chóp để $\frac{V_1}{V_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, ở đó V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các hình cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình chóp.
47. Cho tam giác AIB có $IA = IB = 2a$, $\widehat{AIB} = 120^\circ$. Trên đường thẳng Δ vuông góc với $\text{mp}(AIB)$ tại I , lấy các điểm C và D sao cho ABC là tam giác vuông, ABD là tam giác đều.
- 1) Tính thể tích và diện tích toàn phần của tứ diện $ABCD$.
 - 2) Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
 - 3) Tính bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.
48. Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích hình nón và thể tích hình cầu nội tiếp hình nón.
- 1) Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ theo r, h .
 - 2) Khi r và h thay đổi, tìm giá trị bé nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
49. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy R , góc ở đỉnh là 2α , $45^\circ < \alpha < 90^\circ$.
- 1) Tính diện tích xung quanh và thể tích hình nón.
 - 2) Tính diện tích thiết diện do $\text{mp}(P)$ cắt hình nón theo hai đường sinh vuông góc với nhau.
 - 3) Xét hai điểm A, B thay đổi trên đáy sao cho góc giữa $\text{mp}(SAB)$ và mặt đáy hình nón bằng β ($\beta < 90^\circ$). Chứng minh rằng đường thẳng SI (I là trung điểm của AB) luôn thuộc một hình nón cố định.
50. Một hình nón có bán kính đáy r , chiều cao bằng $3r$. Tìm hình trụ nội tiếp hình nón và thoả mãn một trong các điều kiện sau :

- 1) Thể tích của hình trụ đạt giá trị lớn nhất ;
- 2) Diện tích xung quanh của hình trụ đạt giá trị lớn nhất.

Bài tập trắc nghiệm

1. Hình chóp $D.ABC$ có $DA \perp mp(ABC)$, đáy ABC là tam giác vuông tại B . Đặt $AB = c, BC = a, AD = b$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

(A) $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$;	(B) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$;
(C) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$;	(D) $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
2. Cho điểm A và đường thẳng d không đi qua A . Xét các mặt cầu có tâm thuộc d và đi qua điểm A . Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng ?
 - (A) Các mặt cầu đó luôn đi qua một điểm cố định ;
 - (B) Các mặt cầu đó luôn đi qua hai điểm cố định ;
 - (C) Các mặt cầu đó luôn đi qua một đường tròn cố định ;
 - (D) Cả ba mệnh đề trên đều sai.
3. Cho bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt cầu và $\hat{ADB} = \hat{BDC} = \hat{CDA} = 90^\circ$. Một đường kính của mặt cầu đó là
 - (A) AB ;
 - (B) BC ;
 - (C) AC ;
 - (D) DD' , trong đó $DD' = 3DG$ với G là trọng tâm tam giác ABC .
4. Cho mặt cầu (S_1) bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) bán kính R_2 mà $R_2 = 2R_1$. Tỷ số diện tích của mặt cầu (S_2) và mặt cầu (S_1) bằng

(A) $\frac{1}{2}$;	(B) 2 ;	(C) 3 ;	(D) 4.
---------------------	---------	---------	--------
5. Cho mặt phẳng (P) và điểm S nằm ngoài (P) . Gọi A là điểm cố định thuộc (P) sao cho SA không vuông góc với (P) . Một đường thẳng d thay đổi, nằm

trong (P) và luôn đi qua A . Tập hợp các hình chiếu của điểm S trên đường thẳng d là

(A) Một mặt cầu ;

(B) Một mặt trụ ;

(C) Một mặt nón ;

(D) Một đường tròn.

6. Cho điểm A cố định thuộc mặt cầu (S) . Ba đường thẳng thay đổi đi qua A , đôi một vuông góc và cắt mặt cầu (S) tại B, C, D . Xét hình hộp chữ nhật dựng trên ba cạnh AB, AC, AD . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

(A) Hình hộp đó có một đường chéo cố định ;

(B) Hình hộp đó có hai đường chéo cố định ;

(C) Hình hộp đó có ba đường chéo cố định ;

(D) Hình hộp đó không có đường chéo nào cố định.

7. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng qua BC và vuông góc với $mp(ABC)$. Trong $mp(P)$, xét đường tròn (\mathcal{C}) đường kính BC . Bán kính của mặt cầu (S) đi qua (\mathcal{C}) và điểm A bằng

(A) $a\sqrt{3}$; (B) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; (C) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; (D) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

8. Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp, tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

(A) O_1 trùng với O_2 ;

(B) O_2 trùng với O_3 ;

(C) O_3 trùng với O_1 ;

(D) O_1, O_2, O_3 trùng nhau.

9. Kí hiệu R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp, tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Khi ấy :

(A) $R_1 > R_2 > R_3$;

(B) $R_2 > R_3 > R_1$;

(C) $R_1 > R_3 > R_2$;

(D) $R_3 > R_1 > R_2$.

10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh cùng bằng a . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

(A) $a\sqrt{2}$; (B) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; (C) $a\sqrt{3}$; (D) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh cùng bằng a . Bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp là

(A) $\frac{a\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{3})}$; (B) $\frac{a\sqrt{2}}{4(1+\sqrt{3})}$; (C) $\frac{a\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}$; (D) $\frac{a\sqrt{3}}{4(1+\sqrt{3})}$.

12. Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh cùng bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là

(A) $7\pi a^2$; (B) $\frac{7\pi a^2}{2}$; (C) $\frac{7\pi a^2}{3}$; (D) $\frac{7\pi a^2}{6}$.

13. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng qua BC và vuông góc với $mp(ABC)$. Trong (P) , xét đường tròn (\mathcal{C}) đường kính BC . Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón có đáy là (\mathcal{C}) , đỉnh là A bằng

(A) $\frac{\pi a^2}{2}$; (B) $\frac{\pi a^2}{3}$; (C) πa^2 ; (D) $2\pi a^2$.

14. Cho hai điểm A, B cố định. M là điểm di động trong không gian sao cho $\widehat{MAB} = 30^\circ$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- (A) M thuộc mặt cầu cố định ;
- (B) M thuộc mặt trụ cố định ;
- (C) M thuộc mặt phẳng cố định ;
- (D) M thuộc mặt nón cố định.

15. Cho hai đường thẳng song song a và b . Gọi (P) và (Q) là các mặt phẳng thay đổi lần lượt đi qua a, b và vuông góc với nhau. Gọi c là giao tuyến của (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- (A) c thuộc mặt phẳng cố định ;
- (B) c thuộc mặt trụ cố định ;
- (C) c thuộc mặt nón cố định ;
- (D) Cả ba mệnh đề trên đều sai.

16. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính bằng 1. Thể tích khối trụ đó là

(A) 4 ; (B) 6 ; (C) 8 ; (D) 10.

17. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1, thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình trụ là
- (A) $6\pi\sqrt{3}$; (B) $3\pi\sqrt{3}$; (C) $\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}$; (D) $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$.
18. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là
- (A) 12π ; (B) 10π ; (C) 8π ; (D) 6π .
19. Thể tích một khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π là
- (A) π ; (B) 2π ; (C) 3π ; (D) 4π .
20. Diện tích toàn phần của một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông bằng
- (A) 12π ; (B) 10π ; (C) 8π ; (D) 6π .
21. Một hình trụ có diện tích xung quanh là 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây của đường tròn đáy hình trụ và căng một cung 120° . Diện tích thiết diện $ABB'A'$ là
- (A) $\sqrt{3}$; (B) $2\sqrt{3}$; (C) $2\sqrt{2}$; (D) $3\sqrt{2}$.
22. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$ là
- (A) $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$; (B) $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$; (C) $\pi a^2\sqrt{3}$; (D) $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.
23. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD , chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$ là
- (A) $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$; (B) $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$; (C) $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$; (D) $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.
24. Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ là

- (A) $2R^3$; (B) $3R^3$; (C) $4R^3$; (D) $5R^3$.
25. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón sẽ có bán kính là
- (A) $2\sqrt{3}$; (B) 2 ; (C) $\sqrt{3}$; (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
26. Một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên hình hộp bằng $2a$. Thể tích khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp một đáy hình hộp và đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình hộp bằng
- (A) $\frac{\pi a^3}{3}$; (B) $\frac{\pi a^3}{2}$; (C) πa^3 ; (D) $2\pi a^3$.
27. Một hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên của hình hộp bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp một đáy hình hộp và đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình hộp là
- (A) $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$; (B) $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$; (C) $\frac{3\pi a^2}{2}$; (D) $3\pi a^2$.
28. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Tỷ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón là
- (A) 8 ; (B) 6 ; (C) 4 ; (D) 2.
29. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA \perp mp(ABC)$, $DB \perp BC$, $AD = AB = BC = a$. Ký hiệu V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của hình tròn xoay sinh bởi tam giác ABD khi quay quanh AD , tam giác ABC khi quay quanh AB , tam giác DBC khi quay quanh BC . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?
- (A) $V_1 + V_2 = V_3$; (B) $V_1 + V_3 = V_2$;
 (C) $V_2 + V_3 = V_1$; (D) $V_1 = V_2 = V_3$.
30. Một hình nón có bán kính đáy bằng R , đường cao $\frac{4R}{3}$. Khi đó, góc ở đỉnh của hình nón là 2α mà
- (A) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; (B) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$;
 (C) $\tan \alpha = \frac{3}{5}$; (D) $\cot \alpha = \frac{3}{5}$.