

## Câu hỏi và bài tập ôn tập chương III

44. Chứng minh rằng

$$1.2^2 + 2.3^2 + \dots + (n-1).n^2 = \frac{n(n^2 - 1)(3n + 2)}{12}$$

với mọi số nguyên  $n \geq 2$ .

45. Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 2 \text{ và } u_n = \frac{u_{n-1} + 1}{2} \text{ với mọi } n \geq 2.$$

Chứng minh rằng

$$u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{2^{n-1}}$$

với mọi số nguyên dương  $n$ .

46. Cho các dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  với  $u_n = \frac{n^2 + 1}{n + 1}$  và  $v_n = \frac{2n}{n + 1}$ .

- a) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(a_n)$  với  $a_n = u_n + v_n$ .
- b) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(b_n)$  với  $b_n = u_n - v_n$ .
- c) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(c_n)$  với  $c_n = u_n \cdot v_n$ .
- d) Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số  $(d_n)$  với  $d_n = \frac{u_n}{v_n}$ .

*Chú ý*

Các dãy số  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $(c_n)$  và  $(d_n)$  nêu trên thường được kí hiệu tương ứng bởi

$$(u_n + v_n), (u_n - v_n), (u_n \cdot v_n) \text{ và } \left( \frac{u_n}{v_n} \right).$$

47. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng, dãy số nào là cấp số nhân? Hãy xác định công sai hoặc công bội của mỗi cấp số đó.

- a) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 8n + 3$ ;
- b) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = n^2 + n + 1$ ;
- c) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3 \cdot 8^n$ ;
- d) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (n + 2) \cdot 3^n$ .

48. Hãy chọn những khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây:

- a) Dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 3 \text{ và } u_{n+1} = u_n + 5 \text{ với mọi } n \geq 1,$$

là một cấp số cộng.

b) Dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 3 \text{ và } u_{n+1} = u_n + n \text{ với mọi } n \geq 1,$$

là một cấp số cộng.

c) Dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 4 \text{ và } u_{n+1} = 5u_n \text{ với mọi } n \geq 1,$$

là một cấp số nhân.

d) Dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 1 \text{ và } u_{n+1} = nu_n \text{ với mọi } n \geq 1,$$

là một cấp số nhân.

49. Cho dãy hình vuông  $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$ . Với mỗi số nguyên dương  $n$ , gọi  $u_n, p_n$  và  $S_n$  lần lượt là độ dài cạnh, chu vi và diện tích của hình vuông  $H_n$ .

a) Giả sử dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng với công sai khác 0. Hỏi khi đó các dãy số  $(p_n)$  và  $(S_n)$  có phải là các cấp số cộng hay không? Vì sao?

b) Giả sử dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân với công bội dương. Hỏi khi đó các dãy số  $(p_n)$  và  $(S_n)$  có phải là các cấp số nhân hay không? Vì sao?

50. Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_1 = 3 \text{ và } u_{n+1} = \sqrt{u_n + 6} \text{ với mọi } n \geq 1.$$

Chứng minh rằng  $(u_n)$  vừa là cấp số cộng, vừa là cấp số nhân.

51. Tìm hiểu tiền công khoan giếng ở hai cơ sở khoan giếng, người ta được biết:

– Ở Cơ sở A: Giá của mét khoan đầu tiên là 8 000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 đồng so với giá của mét khoan ngay trước nó.

– Ở Cơ sở B: Giá của mét khoan đầu tiên là 6 000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 7% giá của mét khoan ngay trước nó.

Với mỗi số nguyên dương  $n$ , kí hiệu  $u_n$  và  $v_n$  tương ứng là giá của mét khoan thứ  $n$  theo cách tính giá của cơ sở A và của cơ sở B.

a) Hãy tính  $u_2, u_3, v_2, v_3$ .

b) Chứng minh rằng dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng và dãy số  $(v_n)$  là một cấp số nhân. Hãy tìm số hạng tổng quát của mỗi dãy số đó.

- c) Một người muốn chọn một trong hai cơ sở nói trên để thuê khoan một giếng sâu 20 mét lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi người ấy nên chọn cơ sở nào, nếu chất lượng cũng như thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau ?
- d) Cũng câu hỏi như phần c), với giả thiết độ sâu của giếng cần khoan là 25 mét.

## Bài tập trắc nghiệm khách quan

52. Mỗi khẳng định sau đây đúng hay sai

- a) Tồn tại một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_5 < 0$  và  $u_{75} > 0$ .
- b) Nếu các số thực  $a, b, c$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có công sai khác 0 thì các số  $a^2, b^2, c^2$  theo thứ tự đó cũng lập thành một cấp số cộng.
- c) Nếu các số thực  $a, b, c$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân thì các số  $a^2, b^2, c^2$  theo thứ tự đó cũng lập thành một cấp số nhân.

*Trong các bài từ 53 đến 57, hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả đã cho.*

53. Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi :  $u_1 = \frac{1}{2}$  và  $u_n = u_{n-1} + 2n$  với mọi  $n \geq 2$ .

Khi đó  $u_{50}$  bằng

- (A) 1274,5 ; (B) 2548,5 ; (C) 5096,5 ; (D) 2550,5.

54. Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi :  $u_1 = -1$  và  $u_n = 2n.u_{n-1}$  với mọi  $n \geq 2$ . Khi đó  $u_{11}$  bằng

- (A)  $2^{10}.11!$ ; (B)  $-2^{10}.11!$ ; (C)  $2^{10}.11^{10}$ ; (D)  $-2^{10}.11^{10}$ .

55. Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi :  $u_1 = 150$  và  $u_n = u_{n-1} - 3$  với mọi  $n \geq 2$ .

Khi đó tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số đó bằng

- (A) 150 ; (B) 300 ; (C) 29850 ; (D) 59700.

56. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có :  $u_2 = 2001$  và  $u_5 = 1995$ . Khi đó  $u_{1001}$  bằng

- (A) 4005 ; (B) 4003 ; (C) 3 ; (D) 1.

57. Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có :  $u_2 = -2$  và  $u_5 = 54$ . Khi đó tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

- (A)  $\frac{1 - 3^{1000}}{4}$ ; (B)  $\frac{3^{1000} - 1}{2}$ ; (C)  $\frac{3^{1000} - 1}{6}$ ; (D)  $\frac{1 - 3^{1000}}{6}$ .