

## Câu hỏi và bài tập ôn tập chương IV

76. Chứng minh các bất đẳng thức :

a)  $|a + b| < |1 + ab|$  với  $|a| < 1, |b| < 1$  ;

b)  $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \geq \frac{1}{2}$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  ;

c)  $\frac{a+b}{1+a+b} \leq \frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b}$  với mọi  $a \geq 0, b \geq 0$ . Khi nào đẳng thức xảy ra ?

77. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a)  $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$  với  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ . Khi nào có đẳng thức ?

b)  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a + b + c)$  với mọi  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Khi nào có đẳng thức ?

78. Tìm giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau :

a)  $f(x) = \left| x + \frac{1}{x} \right|$  ;

b)  $g(x) = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$ .

79. Tìm các giá trị của tham số  $m$  sao cho hệ bất phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \frac{7}{6}x - \frac{1}{2} > \frac{3x}{2} - \frac{13}{3} \\ m^2x + 1 \geq m^4 - x. \end{cases}$$

80. Với các giá trị nào của  $m$ , bất phương trình  $(m^2 + 1)x + m(x + 3) + 1 > 0$  nghiệm đúng với mọi  $x \in [-1 ; 2]$  ?

81. Giải và biện luận các bất phương trình sau :

a)  $a^2x + 1 > (3a - 2)x + 3$  ;      b)  $2x^2 + (m - 9)x + m^2 + 3m + 4 \geq 0$ .

82. Giải các bất phương trình sau :

a)  $\frac{x - 2}{x^2 - 9x + 20} > 0$  ;

b)  $\frac{2x^2 - 10x + 14}{x^2 - 3x + 2} \geq 1$ .

83. Tìm các giá trị của  $m$  sao cho  $\mathbb{R}$  là tập nghiệm của mỗi bất phương trình sau :

a)  $(m - 4)x^2 - (m - 6)x + m - 5 \leq 0$  ;

b)  $(m^2 - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 3 > 0$ .

84. Giải các phương trình sau :

a)  $|x^2 - 2x - 3| = 2x + 2$  ;

b)  $\sqrt{x^2 - 4} = 2(x - \sqrt{3})$ .

85. Giải các bất phương trình sau :

a)  $\sqrt{x^2 - 4x - 12} \leq x - 4$  ;

b)  $(x - 2)\sqrt{x^2 + 4} \leq x^2 - 4$  ;

c)  $\sqrt{x^2 - 8x} \geq 2(x + 1)$  ;

d)  $\sqrt{x(x + 3)} \leq 6 - x^2 - 3x$ .

86. Với các giá trị nào của  $a$ , các hệ bất phương trình sau có nghiệm ?

a)  $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 < 0 \\ ax + 4 < 0 \end{cases}$  ;

b)  $\begin{cases} 4x + 1 < 7x - 2, \\ x^2 - 2ax + 1 \leq 0. \end{cases}$

*Trong các bài tập từ 87 đến 89, mỗi bài có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng, hãy chọn phương án đó.*

87. a) Tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 8 - 5\sqrt{3}$  :

(A) Dương với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ;

(B) Âm với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ;

(C) Âm với mọi  $x \in (-2 - \sqrt{3} ; 1 + 2\sqrt{3})$  ;

(D) Âm với mọi  $x \in (-\infty ; 1)$ .

b) Tam thức bậc hai  $f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 + (5 - 4\sqrt{2})x - 3\sqrt{2} + 6$  :

(A) Dương với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ;

(B) Dương với mọi  $x \in (-3 ; \sqrt{2})$  ;

(C) Dương với mọi  $x \in (-4 ; \sqrt{2})$  ;

(D) Âm với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

c) Tập xác định của hàm số  $f(x) = \sqrt{(2 - \sqrt{5})x^2 + (15 - 7\sqrt{5})x + 25 - 10\sqrt{5}}$  là

(A)  $\mathbb{R}$  ;

(B)  $(-\infty ; 1)$  ;

(C)  $[-5 ; 1]$  ;

(D)  $[-5 ; \sqrt{5}]$ .

88. a) Tập nghiệm của bất phương trình

$$(3 - 2\sqrt{2})x^2 - 2(3\sqrt{2} - 4)x + 6(2\sqrt{2} - 3) \leq 0$$

là

(A)  $[-\sqrt{2} ; 3\sqrt{2}]$  ;

(B)  $(-\infty ; 1]$  ;

(C)  $[-1 ; +\infty)$  ;

(D)  $[-1 ; 3\sqrt{2}]$ .

b) Tập nghiệm của bất phương trình  $(2 + \sqrt{7})x^2 + 3x - 14 - 4\sqrt{7} \geq 0$  là

- (A)  $\mathbb{R}$  ; (B)  $(-\infty ; -\sqrt{7}] \cup [2 ; +\infty)$  ;  
(C)  $[-2\sqrt{2} ; 5]$  ; (D)  $(-\infty ; -\sqrt{7}] \cup [1 ; +\infty)$ .

c) Tập nghiệm của bất phương trình

$$\frac{(x-1)(x^3-1)}{x^2+(1+2\sqrt{2})x+2+\sqrt{2}} \leq 0$$

là

- (A)  $(-1-\sqrt{2} ; -\sqrt{2})$  ; (B)  $(-1-\sqrt{2} ; 1]$  ;  
(C)  $(-1-\sqrt{2} ; -\sqrt{2}) \cup \{1\}$  ; (D)  $[1 ; +\infty)$ .

89. a) Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 10x - 5} = 2(x-1)$  là

- (A)  $x = \frac{3}{4}$  ; (B)  $x = 3 - \sqrt{6}$  ;  
(C)  $x = 3 + \sqrt{6}$  ; (D)  $x_1 = 3 + \sqrt{6}$  và  $x_2 = 2$ .

b) Tập nghiệm của bất phương trình  $\sqrt{(x+4)(6-x)} \leq 2(x+1)$  là

- (A)  $[-2 ; 5]$  ; (B)  $\left[\frac{\sqrt{109}-3}{5} ; 6\right]$  ; (C)  $[1 ; 6]$  ; (D)  $[0 ; 7]$ .

c) Tập nghiệm của bất phương trình  $\sqrt{2(x-2)(x-5)} > x-3$  là

- (A)  $[-100 ; 2]$  ; (B)  $(-\infty ; 1]$  ;  
(C)  $(-\infty ; 2] \cup [6 ; +\infty)$  ; (D)  $(-\infty ; 2] \cup (4+\sqrt{5} ; +\infty)$ .