

Câu hỏi và bài tập ôn tập cuối năm

1. Cho các tập con $A = [-1 ; 1]$, $B = [a ; b]$ và $C = (-\infty ; c]$ của tập số thực \mathbb{R} , trong đó a, b ($a < b$) và c là những số thực.
- a) Tìm điều kiện của a và b để $A \subset B$;
 - b) Tìm điều kiện của c để $A \cap C = \emptyset$;
 - c) Tìm phần bù của B trong \mathbb{R} ;
 - d) Tìm điều kiện của a và b để $A \cap B \neq \emptyset$.

2. Tìm tập xác định và xét tính chẵn - lẻ của mỗi hàm số sau :

a) $f_1(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$;

b) $f_2(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-7x+12}}$;

c) $f_3(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{4x^2-9}$;

d) $f_4(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$.

3. Cho hai đường thẳng $(d_1) : y = mx - 3$ và $(d_2) : x + y = m$.

a) Với giá trị nào của m thì $(d_1) \parallel (d_2)$?

b) Với giá trị nào của m thì $(d_1) \perp (d_2)$?

c) Tìm điều kiện của m để hai đường thẳng cắt nhau.

4. Ký hiệu (H_0) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2}{x}$.

a) Tại sao (H_0) có tâm đối xứng là gốc toạ độ O ?

b) Xác định phép tịnh tiến biến (H_0) thành đồ thị (H_1) của hàm số $y = \frac{2}{x-3}$.

Tìm toạ độ tâm đối xứng của (H_1) .

c) Xác định phép tịnh tiến biến (H_0) thành đồ thị (H_2) của hàm số $y = \frac{2-2x}{x}$.

Tìm toạ độ tâm đối xứng của (H_2) .

5. a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 + x - 6$.

b) Biện luận theo m số giao điểm của (P) với đường thẳng $(d) : y = 2x + m$.

c) Khi (d) và (P) cắt nhau, gọi A và B là hai giao điểm, hãy tìm toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AB .

6. Cho phương trình

$$2x^2 + (k-9)x + k^2 + 3k + 4 = 0. \quad (*)$$

a) Tìm k , biết rằng $(*)$ có hai nghiệm trùng nhau.

b) Tính nghiệm gần đúng của $(*)$ với $k = -\sqrt{7}$ (chính xác đến hàng phần nghìn).

7. Cho phương trình $x^2 + 2(\sqrt{3} + 1)x + 2\sqrt{3} = 0$.

a) Không giải phương trình, tính gần đúng tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình đã cho (chính xác đến hàng phần trăm).

b) Tìm nghiệm gần đúng của phương trình đó (chính xác đến hàng phần trăm).

8. Biện luận theo tham số m số nghiệm và dấu các nghiệm của mỗi phương trình sau :

a) $x^2 - 4(m+3)x + 6(m^2 - 5m + 6) = 0$; b) $(m-1)x^2 - (m-3)x - m - 3 = 0$.

9. Giải và biện luận các phương trình :

a) $\frac{mx - m - 3}{x + 1} = 1$; b) $|(m+1)x - 3| = |x + 2|$; c) $(mx + 1)\sqrt{x - 1} = 0$.

10. a) Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn các hệ thức :

$$x_1 + x_2 + x_1x_2 = 0 \quad \text{và} \quad m(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 3m + 4.$$

b) Xét dấu các nghiệm của phương trình đó tùy theo m .

11. Giải và biện luận các hệ phương trình :

a)
$$\begin{cases} (m+3)x + 2y = m \\ (3m+1)x + (m+1)y = 1; \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} (2m+3)x + 5y = m - 11 \\ (m+2)x + 2y = m - 2. \end{cases}$$

12. Giải các hệ phương trình :

a)
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + y^2 = 7 \\ 2x + y = 1; \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ x + y + xy = 5; \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x + y = 2 \\ xy + x - y = -1. \end{cases}$$

13. Chứng minh rằng :

a) $\frac{a^2 + 6}{\sqrt{a^2 + 2}} \geq 4$ ($a \in \mathbb{R}$); b) $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}^*$).

14. Tìm giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau :

a) $f(x) = x + \frac{2}{x+2}$ trên khoảng $(-2; +\infty)$;

b) $g(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

15. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (2-x)(2x+1)$ trên khoảng $(-0,5; 2)$.

16. Giải các hệ bất phương trình :

a)
$$\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \geq \frac{1}{x}; \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 < 0 \\ \frac{x}{x+1} \geq 0. \end{cases}$$

17. Giải các phương trình :

a) $\sqrt{2x+8} = 3x+4$; b) $|x^2 + 5x + 6| = 3x + 13$; c) $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 4) = 5$.

18. Giải các bất phương trình :

a) $3x^2 - |5x + 2| > 0$;

b) $\sqrt{2x^2 + 7x + 5} > x + 1$;

c) $\sqrt{x^2 + 4x - 5} \leq x + 3$.

19. Trong kì thi Tiếng Anh, điểm thi của 32 học sinh (thang điểm 100) như sau :

68 79 65 85 52 81 55 65 49 42 68 66 56 57 65 72
69 60 50 63 74 88 78 95 41 87 61 72 59 47 90 74

a) Tính số trung bình (chính xác đến hàng phần trăm).

b) Tính số trung vị.

c) Hãy trình bày mẫu số liệu trên dưới dạng bảng phân bố tần số ghép lớp với các nửa khoảng $[40 ; 50)$; $[50 ; 60)$; ... ; $[90 ; 100)$.

20. Một siêu thị thu thập được các số liệu sau đây về số tiền (đơn vị : nghìn đồng) mà mỗi người đã mua ở đây.

Lớp	Tần số
$[0 ; 99]$	20
$[100 ; 199]$	80
$[200 ; 299]$	70
$[300 ; 399]$	30
$[400 ; 499]$	10
	$N = 210$

a) Dấu hiệu và đơn vị điều tra ở đây là gì ?

b) Tìm số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn (chính xác đến hàng phần trăm).

21. Tuổi của 60 cán bộ trong một cơ quan được thống kê và trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau :

Lớp	Tần số
$[20 ; 30)$	13
$[30 ; 40)$	26
$[40 ; 50)$	15
$[50 ; 60)$	6
	$N = 60$

- a) Dấu hiệu và đơn vị điều tra ở đây là gì ?
 b) Lập bảng phân bố tần số - tần suất ghép lớp.
 c) Tìm số trung bình.
 d) Tìm phương sai và độ lệch chuẩn (chính xác đến hàng phần trăm).
 e) Vẽ biểu đồ tần số hình cột.
 f) Vẽ biểu đồ tần suất hình quạt.
22. a) Biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\cos \beta = -\frac{3}{4}$ và các điểm trên đường tròn lượng giác xác định bởi số α và β nằm ở góc phần tư II. Hãy tính $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\sin(\alpha - \beta)$, $\cos(\alpha - \beta)$.
- b) Cho $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$. Hãy tính các giá trị lượng giác của α .

23. Chứng minh các đẳng thức sau :

$$a) \sin^2\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\alpha ;$$

$$b) \cos^2 \alpha + \cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{3}{2} ;$$

$$c) \tan\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \tan \alpha \tan\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \tan 3\alpha \text{ (khi các biểu thức có nghĩa).}$$

Ứng dụng. Tính $\tan 10^\circ \tan 50^\circ \tan 110^\circ$.

24. Chứng minh rằng :

$$a) \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha ;$$

$$b) \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} \text{ (khi các biểu thức có nghĩa).}$$

25. Tìm các số C và β sao cho $\sin \alpha + \cos \alpha = C \sin(\alpha + \beta)$ với mọi α .