§ 1 ĐẠI CƯƠNG VỀ HÀM SỐ

1. Khái niệm về hàm số

a) Hàm số

Ở lớp dưới, chúng ta đã làm quen với khái niệm hàm số. Sau đây, ta nhắc lại và bổ sung thêm về khái niệm này.

ĐỊNH NGHĨA

> Cho một tập hợp khác rỗng $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}$.
>
> ***Hàm số*** *f xác định trên $\mathcal{D}$ là một quy tắc đặt tương ứng mỗi số x thuộc $\mathcal{D}$ với một và chỉ một số, kí hiệu là $f(x)$; số $f(x)$ đó gọi là* ***giá trị*** *của hàm số f tại x.*
>
> *Tập $\mathcal{D}$* gọi là ***tập xác định*** (hay ***miền xác định***), x gọi là ***biến số*** hay ***đối số*** của hàm số f.

Để chỉ rõ kí hiệu biến số, hàm số f còn được viết là $y = f(x)$, hay đầy đủ hơn là
$$f: \mathcal{D} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

Ví dụ 1. Trích bảng thông báo lãi suất tiết kiệm của một ngân hàng :

Loại kì hạn (tháng)	**VND (%/ năm)** lĩnh lãi cuối kì, áp dụng từ 08 – 11 – 2005
1	6,60
2	7,56
3	8,28
6	8,52
9	8,88
12	9,00

Bảng trên cho ta *quy tắc* để tìm số phần trăm lãi suất s tuỳ theo loại kì hạn k tháng. Kí hiệu *quy tắc* ấy là f, ta có hàm số $s = f(k)$ xác định trên tập

$$T = \{1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 12\}.$$

b) Hàm số cho bằng biểu thức

Nếu $f(x)$ là một biểu thức của biến x thì với mỗi giá trị của x, ta tính được một giá trị tương ứng duy nhất của $f(x)$ (nếu nó xác định). Do đó, ta có hàm số $y = f(x)$. Ta nói hàm số đó được *cho bằng biểu thức* $f(x)$.

Khi cho hàm số bằng biểu thức, ta quy ước rằng :

> *Nếu không có giải thích gì thêm thì tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho giá trị của biểu thức $f(x)$ được xác định.*

H1 *Với mỗi hàm số cho ở phần a) và b) sau đây, hãy chọn kết luận đúng trong các kết luận đã cho.*

a) Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x}}{(x-1)(x-2)}$ *là :*

(A) $\mathbb{R}_+$; (B) $\{x \mid x \neq 1$ *và* $x \neq 2\}$; (C) $\mathbb{R}_+ \setminus \{1 ; 2\}$; (D) $(0 ; +\infty)$.

b) Tập xác định của hàm số (hàm dấu) $d(x) = \begin{cases} -1 & \text{nếu } x < 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \\ 1 & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$ *là :*

(A) $\mathbb{R}_-$; (B) $\mathbb{R}$; (C) $\mathbb{R}_+$; (D) $\{-1 ; 0 ; 1\}$.

CHÚ Ý

Trong kí hiệu hàm số $y = f(x)$, ta còn gọi x là biến số độc lập, y là biến số phụ thuộc của hàm số f. *Biến số độc lập và biến số phụ thuộc của một hàm số có thể được kí hiệu bởi hai chữ cái tuỳ ý khác nhau.* Chẳng hạn, $y = x^2 - 2x - 3$ và $u = t^2 - 2t - 3$ là hai cách viết biểu thị cùng một hàm số.

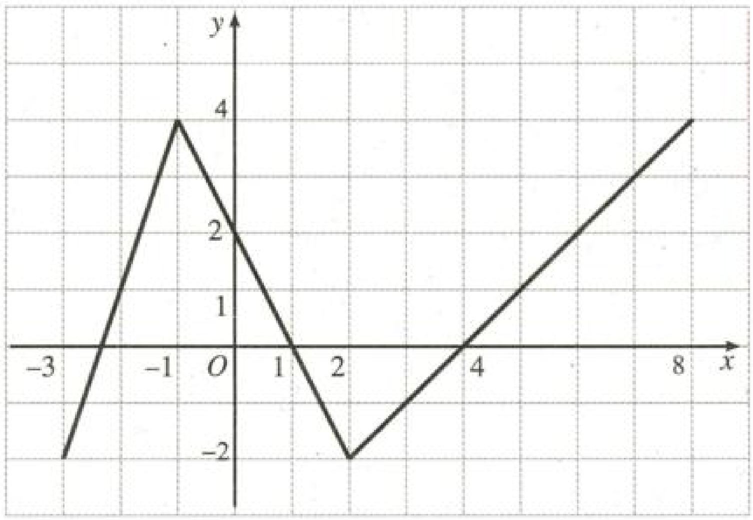
c) Đồ thị của hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$. Ta đã biết : Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp (G) các điểm có toạ độ $\big(x ; f(x)\big)$ với $x \in \mathcal{D}$, gọi là ***đồ thị của hàm số*** f. Nói cách khác,

$$M(x_0 ; y_0) \in (G) \Leftrightarrow x_0 \in \mathcal{D} \text{ và } y_0 = f(x_0).$$

Qua đồ thị của một hàm số, ta có thể nhận biết được nhiều tính chất của hàm số đó.

Ví dụ 2. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-3 ; 8]$ được cho bằng đồ thị như trong hình 2.1.



Hình 2.1

Dựa vào đồ thị đã cho, ta có thể nhận biết được (với độ chính xác nào đó) :

– Giá trị của hàm số tại một số điểm, chẳng hạn $f(-3) = -2$, $f(1) = 0$;

– Các giá trị đặc biệt của hàm số, chẳng hạn, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3 ; 8]$ là -2 ;

– Dấu của $f(x)$ trên một khoảng, chẳng hạn nếu $1 < x < 4$ thì $f(x) < 0$. □

2. Sự biến thiên của hàm số

a) Hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến

• Khi nghiên cứu một hàm số, người ta thường quan tâm đến sự *tăng* hay *giảm* của giá trị hàm số khi đối số tăng.

Ví dụ 3. Xét hàm số $f(x) = x^2$. Gọi x_1 và x_2 là hai giá trị tuỳ ý của đối số.

Trường hợp 1 : Khi x_1 và x_2 thuộc nửa khoảng $[0 ; +\infty)$, ta có

$$0 \le x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

Trường hợp 2 : Khi x_1 và x_2 thuộc nửa khoảng $(-\infty ; 0]$, ta có

$$x_1 < x_2 \le 0 \Rightarrow |x_1| > |x_2| \Rightarrow x_1^2 > x_2^2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$ □

H2 *Ở ví dụ 3, khi đối số tăng, trong trường hợp nào thì :*

a) Giá trị của hàm số tăng ?

b) Giá trị của hàm số giảm ?

Từ đây, ta luôn hiểu K là một khoảng (nửa khoảng hay đoạn) nào đó của $\mathbb{R}$.

ĐỊNH NGHĨA

Cho hàm số f xác định trên K.

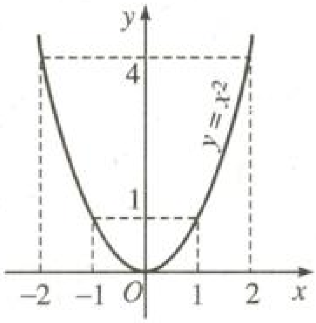
Hàm số f gọi là ***đồng biến*** *(hay* ***tăng****) trên K nếu*

$$\forall\, x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2) ;$$

Hàm số f gọi là ***nghịch biến*** *(hay* ***giảm****) trên K nếu*

$$\forall\, x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

• Trong ví dụ 3, ta thấy hàm số $y = x^2$ nghịch biến trên nửa khoảng $(-\infty ; 0]$ và đồng biến trên nửa khoảng $[0 ; +\infty)$. Qua đồ thị của nó (h. 2.2) ta thấy : Từ trái sang phải, nhánh trái của parabol (ứng với $x \in (-\infty ; 0]$) là đường cong đi xuống, thể hiện sự nghịch biến của hàm số ; nhánh phải của parabol (ứng với $x \in [0 ; +\infty)$) là đường cong đi lên, thể hiện sự đồng biến của hàm số.



Hình 2.2

Tổng quát, ta có :

Nếu một hàm số đồng biến trên K thì trên đó, đồ thị của nó đi lên ;

Nếu một hàm số nghịch biến trên K thì trên đó, đồ thị của nó đi xuống.

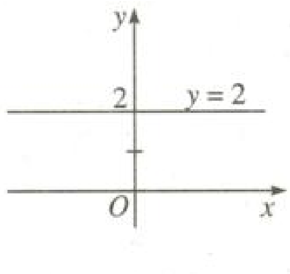
(Khi nói đồ thị đi lên hay đi xuống, ta luôn kể theo chiều tăng của đối số, nghĩa là kể từ trái sang phải).

$\boxed{\text{H3}}$ *Hàm số cho bởi đồ thị trên hình 2.1 đồng biến trên khoảng nào, nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng $(-3 ; -1)$, $(-1 ; 2)$ và $(2 ; 8)$?*

CHÚ Ý

Nếu $f(x_1) = f(x_2)$ với mọi x_1 và x_2 thuộc K, tức là $f(x) = c$ với mọi $x \in K$ (c là hằng số) thì ta có ***hàm số không đổi*** (còn gọi là ***hàm số hằng***) trên K.

Chẳng hạn, $y = 2$ là một hàm số không đổi xác định trên $\mathbb{R}$. Nó có đồ thị là đường thẳng song song với trục Ox (h.2.3).



Hình 2.3

b) Khảo sát sự biến thiên của hàm số

> ***Khảo sát sự biến thiên của hàm số*** *là xét xem hàm số đồng biến, nghịch biến, không đổi trên các khoảng (nửa khoảng hay đoạn) nào trong tập xác định của nó.*

• Đối với hàm số cho bằng biểu thức, để khảo sát sự đồng biến hay nghịch biến của hàm số đó trên một khoảng (nửa khoảng hay đoạn) K , ta có thể dựa vào định nghĩa (xem ví dụ 3), hoặc dựa vào nhận xét sau :

Điều kiện "$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$" có nghĩa là $x_2 - x_1$ và $f(x_2) - f(x_1)$ cùng dấu. Do đó

Hàm số f đồng biến trên K khi và chỉ khi

$$\forall x_1, x_2 \in K \text{ và } x_1 \neq x_2, \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0.$$

Hàm số f nghịch biến trên K khi và chỉ khi

$$\forall x_1, x_2 \in K \text{ và } x_1 \neq x_2, \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0.$$

Như vậy, để khảo sát sự biến thiên của hàm số f trên K, ta có thể xét dấu của tỉ số $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2 - x_1}$ trên K.

Ví dụ 4. Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x) = ax^2$ (với $a > 0$) trên mỗi khoảng $(-\infty ; 0)$ và $(0 ; +\infty)$.

Giải. Với hai số x_1 và x_2 khác nhau, ta có

$$f(x_2) - f(x_1) = ax_2^2 - ax_1^2 = a(x_2 - x_1)(x_2 + x_1),$$

suy ra $$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2 - x_1} = a(x_2 + x_1).$$

Do $a > 0$ nên :

– Nếu $x_1 < 0$ và $x_2 < 0$ thì $a(x_2 + x_1) < 0$; điều đó chứng tỏ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty ; 0)$;

– Nếu $x_1 > 0$ và $x_2 > 0$ thì $a(x_2 + x_1) > 0$; điều đó chứng tỏ hàm số đồng biến trên khoảng $(0 ; +\infty)$. □

• Người ta thường ghi lại kết quả khảo sát sự biến thiên của một hàm số bằng cách lập *bảng biến thiên* của nó. Hàm số trong ví dụ 4 có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = ax^2$ $(a > 0)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

Trong bảng biến thiên, mũi tên đi lên thể hiện tính đồng biến, mũi tên đi xuống thể hiện tính nghịch biến của hàm số.

Cụ thể hơn, hàng thứ hai trong bảng được hiểu như sau : $f(0) = 0$ và khi x tăng trên khoảng $(0 ; +\infty)$ thì $f(x)$ nhận mọi giá trị trong khoảng $(0 ; +\infty)$ theo chiều tăng, còn khi x tăng trong khoảng $(-\infty ; 0)$ thì $f(x)$ cũng nhận mọi giá trị trong khoảng $(0 ; +\infty)$ nhưng theo chiều giảm.

H4 *Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x) = ax^2$ (với $a < 0$) trên mỗi khoảng $(-\infty ; 0)$ và $(0 ; +\infty)$ và lập bảng biến thiên của nó.*

3. Hàm số chẵn, hàm số lẻ

Có những hàm số có một số tính chất đặc biệt, dễ nhận thấy mà ta có thể lợi dụng để việc khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của nó đơn giản và dễ dàng hơn. Tính chất *chẵn - lẻ* của hàm số là một ví dụ.

a) Khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ

ĐỊNH NGHĨA

Cho hàm số $y = f(x)$ với tập xác định $\mathscr{D}$.

*Hàm số f gọi là hàm số **chẵn** nếu với mọi x thuộc $\mathscr{D}$, ta có $-x$ cũng thuộc $\mathscr{D}$ và $f(-x) = f(x)$.*

*Hàm số f gọi là hàm số **lẻ** nếu với mọi x thuộc $\mathscr{D}$, ta có $-x$ cũng thuộc $\mathscr{D}$ và $f(-x) = -f(x)$.*

Ví dụ 5. Chứng minh rằng hàm số $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ là hàm số lẻ.

Giải. Tập xác định của hàm số là đoạn $[-1 ; 1]$ nên dễ thấy

$$\forall x, x \in [-1 ; 1] \Rightarrow -x \in [-1 ; 1] \quad \text{và}$$

$$f(-x) = \sqrt{1-x} - \sqrt{1+x} = -(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}) = -f(x).$$

Vậy f là hàm số lẻ. □

H5 *Chứng minh rằng hàm số* $g(x) = ax^2$ $(a \neq 0)$ *là hàm số chẵn.*

b) Đồ thị của hàm số chẵn và hàm số lẻ

Giả sử hàm số f với tập xác định $\mathscr{D}$ là hàm số chẵn và có đồ thị (G). Với mỗi điểm $M(x_0 ; y_0)$ sao cho $x_0 \in \mathscr{D}$, ta xét điểm đối xứng với nó qua trục tung là $M'(-x_0 ; y_0)$.

Từ định nghĩa hàm số chẵn, ta có $-x_0 \in \mathscr{D}$ và $f(-x_0) = f(x_0)$. Do đó

$$M \in (G) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0) \Leftrightarrow y_0 = f(-x_0) \Leftrightarrow M' \in (G).$$

Điều đó chứng tỏ (G) có trục đối xứng là trục tung.

Nếu f là hàm số lẻ thì lí luận tương tự, ta suy ra (G) có tâm đối xứng là gốc toạ độ O.

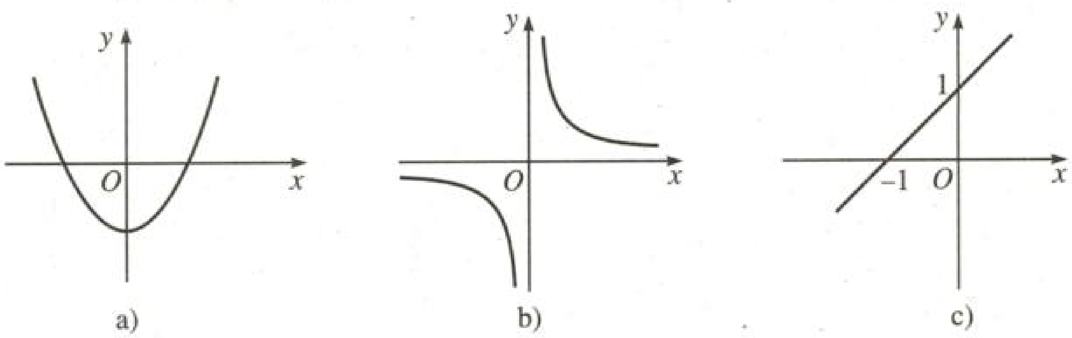
Vậy ta đã chứng minh được định lí sau đây.

ĐỊNH LÍ

Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.

Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc toạ độ làm tâm đối xứng.

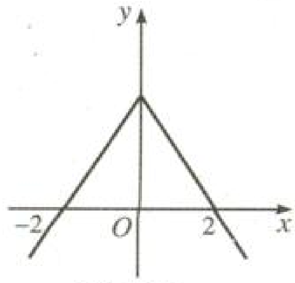
Hình 2.4a cho hình ảnh đồ thị của một hàm số chẵn. Hình 2.4b cho hình ảnh đồ thị của một hàm số lẻ. Tuy nhiên, có nhiều hàm số không chẵn và không lẻ. Chẳng hạn, hàm số $y = x + 1$ (h.2.4.c) không chẵn và không lẻ.



Hình 2.4

H6 *Cho hàm số f xác định trên khoảng $(-\infty ; +\infty)$ có đồ thị như trên hình 2.5. Hãy ghép mỗi ý ở cột trái dưới đây với một ý ở cột phải để được một mệnh đề đúng.*

1) Hàm số f là	*a) Hàm số chẵn*
2) Hàm số f đồng biến	*b) Hàm số lẻ*
3) Hàm số f nghịch biến	*c) Trên khoảng $(-\infty ; 0)$*
	d) Trên khoảng $(0 ; +\infty)$
	e) Trên khoảng $(-\infty ; +\infty)$



Hình 2.5

4. Sơ lược về tịnh tiến đồ thị song song với trục toạ độ

a) Tịnh tiến một điểm

Trong mặt phẳng toạ độ, xét điểm $M_0(x_0 ; y_0)$. Với số $k > 0$ đã cho, ta có thể dịch chuyển điểm M_0 :

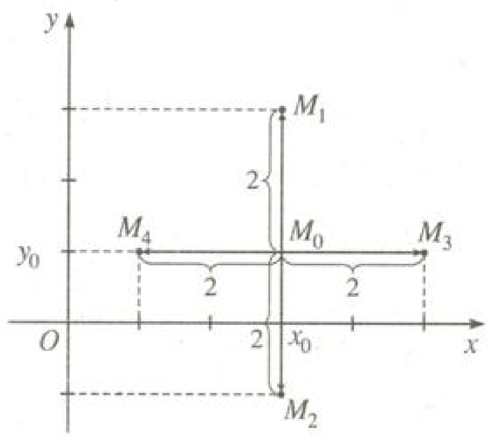
– Lên trên hoặc xuống dưới (theo phương của trục tung) k đơn vị ;

– Sang trái hoặc sang phải (theo phương của trục hoành) k đơn vị.

Khi dịch chuyển điểm M_0 như thế, ta còn nói rằng ***tịnh tiến điểm M_0 song song với trục toạ độ.***

H7 *Giả sử M_1, M_2, M_3 và M_4 là các điểm có được khi tịnh tiến điểm $M_0(x_0 ; y_0)$ theo thứ tự lên trên, xuống dưới, sang phải và sang trái 2 đơn vị (h.2.6).*

Hãy cho biết toạ độ của các điểm M_1, M_2, M_3 và M_4.



Hình 2.6

b) Tịnh tiến một đồ thị

Cho số $k > 0$. Nếu ta tịnh tiến tất cả các điểm của đồ thị (G) lên trên k đơn vị thì tập hợp các điểm thu được tạo thành hình (G_1). Điều đó được phát biểu là :

Tịnh tiến đồ thị (G) lên trên k đơn vị thì được hình (G_1), hoặc

Hình (G_1) có được khi tịnh tiến đồ thị (G) lên trên k đơn vị.

Ta cũng phát biểu tương tự khi tịnh tiến (G) xuống dưới, sang trái hay sang phải.

Vấn đề là : Nếu (G) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ thì (G_1) có là đồ thị của một hàm số không ? Nếu có thì (G_1) là đồ thị của hàm số nào ?

Định lí sau đây sẽ trả lời câu hỏi đó (ta thừa nhận định lí này).

ĐỊNH LÍ

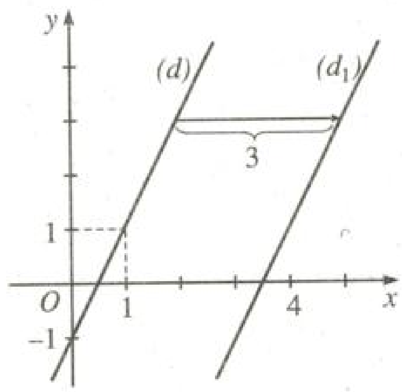
> *Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đồ thị (G) của hàm số $y = f(x)$; p và q là hai số dương tuỳ ý. Khi đó :*
>
> *1) Tịnh tiến (G) lên trên q đơn vị thì được đồ thị của hàm số $y = f(x) + q$;*
>
> *2) Tịnh tiến (G) xuống dưới q đơn vị thì được đồ thị của hàm số $y = f(x) - q$;*
>
> *3) Tịnh tiến (G) sang trái p đơn vị thì được đồ thị của hàm số $y = f(x + p)$;*
>
> *4) Tịnh tiến (G) sang phải p đơn vị thì được đồ thị của hàm số $y = f(x - p)$.*

Ví dụ 6. Nếu tịnh tiến đường thẳng (d) : $y = 2x - 1$ sang phải 3 đơn vị thì ta được đồ thị của hàm số nào ?

Giải. Kí hiệu $f(x) = 2x - 1$. Theo định lí trên, khi tịnh tiến (d) sang phải 3 đơn vị, ta được (d_1), đó là đồ thị của hàm số

$$y = f(x - 3) = 2(x - 3) - 1,$$

tức là hàm số $y = 2x - 7$ (h.2.7). □



Hình 2.7

Ví dụ 7. Cho đồ thị (H) của hàm số $y = \dfrac{1}{x}$. Hỏi muốn có đồ thị của hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x}$ thì ta phải tịnh tiến (H) như thế nào ?

Giải. Kí hiệu $g(x) = \dfrac{1}{x}$, ta có $\dfrac{-2x+1}{x} = -2 + \dfrac{1}{x} = g(x) - 2$. Vậy muốn có đồ thị của hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x}$, ta phải tịnh tiến (H) xuống dưới 2 đơn vị. □

H8 *Hãy chọn phương án trả lời đúng trong các phương án đã cho sau đây :*

Khi tịnh tiến parabol $y = 2x^2$ sang trái 3 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số :

(A) $y = 2(x+3)^2$; (B) $y = 2x^2 + 3$; (C) $y = 2(x-3)^2$; (D) $y = 2x^2 - 3$.

Câu hỏi và bài tập

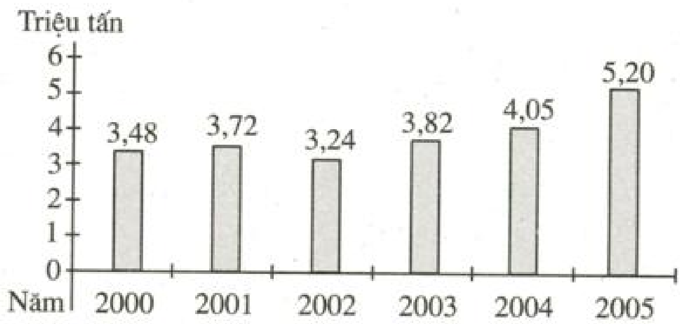
Hàm số

1. Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau :

a) $y = \dfrac{3x+5}{x^2 - x + 1}$; b) $y = \dfrac{x-2}{x^2 - 3x + 2}$;

c) $y = \dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}$; d) $y = \dfrac{x^2 - 2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$.

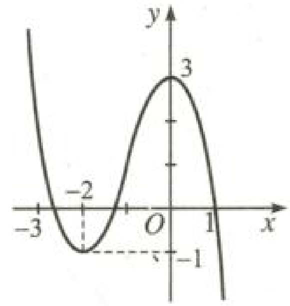
2. Biểu đồ hình 2.8 cho biết số triệu tấn gạo xuất khẩu của Việt Nam trong các năm từ 2000 đến 2005. Biểu đồ này cho ta một hàm số. Hãy cho biết tập xác định và nêu một vài giá trị của hàm số đó.



Hình 2.8

Sự biến thiên của hàm số

3. Hình 2.9 là đồ thị của một hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$. Dựa vào đồ thị, hãy lập bảng biến thiên của hàm số đó.



Hình 2.9

4. Khảo sát sự biến thiên của mỗi hàm số sau và lập bảng biến thiên của nó :

a) $y = x^2 + 2x - 2$ trên mỗi khoảng $(-\infty\ ;\ -1)$ và $(-1\ ;\ +\infty)$;

b) $y = -2x^2 + 4x + 1$ trên mỗi khoảng $(-\infty\ ;\ 1)$ và $(1\ ;\ +\infty)$;

c) $y = \dfrac{2}{x-3}$ trên mỗi khoảng $(-\infty\ ;\ 3)$ và $(3\ ;\ +\infty)$.

Hàm số chẵn, hàm số lẻ

5. Mỗi hàm số sau là hàm số chẵn hay hàm số lẻ ?

a) $y = x^4 - 3x^2 + 1$; b) $y = -2x^3 + x$;

c) $y = |x + 2| - |x - 2|$; d) $y = |2x + 1| + |2x - 1|$.

Tịnh tiến đồ thị

6. Cho đường thẳng (d) : $y = 0{,}5x$. Hỏi ta sẽ được đồ thị của hàm số nào khi tịnh tiến (d) :

a) Lên trên 3 đơn vị ? b) Xuống dưới 1 đơn vị ?

c) Sang phải 2 đơn vị ? d) Sang trái 6 đơn vị ?

Luyện tập

7. Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực dương với căn bậc hai của nó có phải là một hàm số không ? Vì sao ?

8. Giả sử (G) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$ và A là một điểm trên trục hoành có hoành độ bằng a. Từ A, ta dựng đường thẳng (d) song song (hoặc trùng) với trục tung.

a) Khi nào thì (d) có điểm chung với (G) ? (*Hướng dẫn*. Xét hai trường hợp a thuộc $\mathcal{D}$ và a không thuộc $\mathcal{D}$) ;

b) (d) có thể có bao nhiêu điểm chung với (G) ? Vì sao ?

c) Đường tròn có thể là đồ thị của hàm số nào không ? Vì sao ?

9. Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau :

a) $y = \dfrac{3x+1}{x^2-9}$;　　　　b) $y = \dfrac{x}{1-x^2} - \sqrt{-x}$;

c) $y = \dfrac{x-3\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$;　　　　d) $y = \dfrac{\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$.

10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -2(x-2) & \text{nếu } -1 \le x < 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{nếu } x \ge 1. \end{cases}$

a) Cho biết tập xác định của hàm số f.

b) Tính $f(-1), f(0{,}5), f(\dfrac{\sqrt{2}}{2}), f(1), f(2)$.

11. Trong các điểm $A(-2 ; 8)$, $B(4 ; 12)$, $C(2 ; 8)$, $D(5 ; 25 + \sqrt{2})$, điểm nào thuộc, điểm nào không thuộc đồ thị của hàm số $f(x) = x^2 + \sqrt{x-3}$? Vì sao ?

12. Khảo sát sự biến thiên của các hàm số sau :

a) $y = \dfrac{1}{x-2}$ trên mỗi khoảng $(-\infty ; 2)$ và $(2 ; +\infty)$;

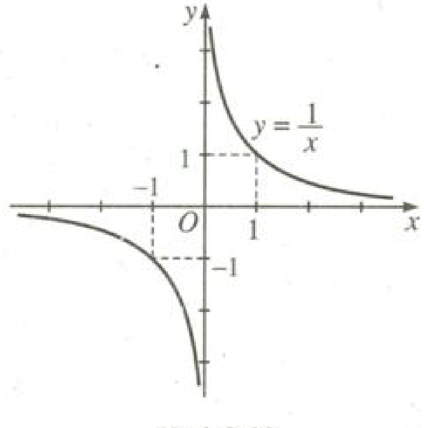
b) $y = x^2 - 6x + 5$ trên mỗi khoảng $(-\infty ; 3)$ và $(3 ; +\infty)$;

c) $y = x^{2005} + 1$ trên khoảng $(-\infty ; +\infty)$.

13. Hàm số $y = \dfrac{1}{x}$ có đồ thị như hình 2.10.

a) Dựa vào đồ thị, hãy lập bảng biến thiên của hàm số đó.

b) Bằng tính toán, hãy khảo sát sự biến thiên của hàm số trên mỗi khoảng $(-\infty ; 0)$ và $(0 ; +\infty)$ và kiểm tra lại kết quả so với bảng biến thiên đã lập.



Hình 2.10

14. Tập con S của tập số thực $\mathbb{R}$ gọi là *đối xứng* nếu với mọi x thuộc S, ta đều có $-x$ thuộc S. Em có nhận xét gì về tập xác định của một hàm số chẵn (lẻ) ? Từ nhận xét đó, em có kết luận gì về tính chẵn - lẻ của hàm số $y = \sqrt{x}$? Tại sao ?

15. Gọi (d) là đường thẳng $y = 2x$ và (d') là đường thẳng $y = 2x - 3$. Ta có thể coi (d') có được là do tịnh tiến (d) :

a) Lên trên hay xuống dưới bao nhiêu đơn vị ?

b) Sang trái hay sang phải bao nhiêu đơn vị ?

16. Cho đồ thị (H) của hàm số $y = -\dfrac{2}{x}$.

a) Tịnh tiến (H) lên trên 1 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số nào ?

b) Tịnh tiến (H) sang trái 3 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số nào ?

c) Tịnh tiến (H) lên trên 1 đơn vị, sau đó tịnh tiến đồ thị nhận được sang trái 3 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số nào ?

Bài đọc thêm

ÁNH XẠ

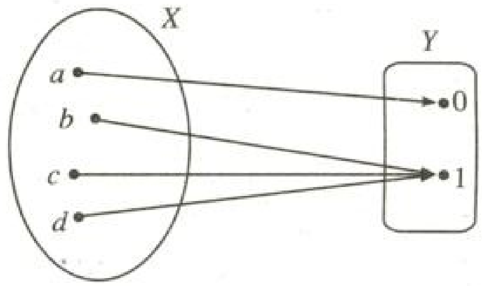
Ánh xạ là một khái niệm rất quan trọng. Cũng như tập hợp, khái niệm ánh xạ có mặt trong tất cả các lĩnh vực toán học. Khái niệm hàm số thực chất cũng chỉ là một trường hợp riêng của khái niệm ánh xạ mà thôi.

1. Định nghĩa

Cho hai tập hợp tuỳ ý khác rỗng X và Y.

> • *Một **ánh xạ** f từ X đến Y là một quy tắc đặt tương ứng mỗi phần tử x của X với một và chỉ một phần tử xác định của Y. Phần tử xác định ấy gọi là ảnh của x qua ánh xạ f, và kí hiệu là $f(x)$.*
>
> • Tập hợp X gọi là ***tập nguồn***, tập hợp Y gọi là ***tập đích*** của ánh xạ.
>
> *Ánh xạ f từ X đến Y được viết là* $f : X \to Y$
>
> $$x \mapsto f(x).$$

Ví dụ 1. Cho $X = \{a\ ;\ b\ ;\ c\ ;\ d\}$ và $Y = \{0\ ;\ 1\}$. Gọi f là quy tắc cho ở hình bên. Ta có ánh xạ



$$\begin{aligned} f : X &\to Y \\ a &\mapsto 0 \\ b &\mapsto 1 \\ c &\mapsto 1 \\ d &\mapsto 1. \end{aligned}$$

□

Ví dụ 2. Cho X là tập hợp các lớp học của một trường phổ thông, Y là tập hợp các giáo viên của trường đó và f là quy tắc đặt tương ứng mỗi lớp học với giáo viên chủ nhiệm lớp đó. Ta có ánh xạ $f : X \to Y$. □

Ví dụ 3. Cho X là tập hợp các học sinh của một trường học, Y là tập hợp các số thực $\mathbb{R}$ và f là quy tắc đặt tương ứng mỗi học sinh với số đo chiều cao (tính bằng xentimet) của học sinh đó. Khi đó, f là một ánh xạ từ X đến Y. □

2. Chú ý

1) Nếu cho ánh xạ $f : X \to Y$ thì :

– Mỗi phần tử $x \in X$ đều phải có ảnh của nó trong Y và ảnh đó là duy nhất ;

– Mỗi phần tử thuộc Y có thể là ảnh của một hay nhiều phần tử của X, nhưng cũng có thể không là ảnh của phần tử nào cả.

2) Trường hợp $X \subset \mathbb{R}$ và $Y = \mathbb{R}$ thì mỗi ánh xạ từ X đến Y là một hàm số xác định trên X.