§ 4 HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN

Nhắc lại rằng *phương trình bậc nhất hai ẩn* (x và y) là phương trình dạng

$$ax + by = c \text{ (} a, b \text{ và } c \text{ là những số đã cho, } a^2 + b^2 \neq 0\text{).} \quad (1)$$

Ta đã biết phương trình (1) có vô số nghiệm ; trong mặt phẳng toạ độ Oxy, tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi một đường thẳng gọi là đường thẳng $ax + by = c$. Chúng ta cũng đã làm quen với *hệ phương trình bậc nhất hai ẩn* và cách giải chúng bằng phương pháp cộng đại số hoặc phương pháp thế.

Trong bài này, chúng ta sẽ nghiên cứu kĩ hơn về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

1. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Cho hai phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ và $a'x + b'y = c'$ (tức là $a^2 + b^2 \neq 0$ và $a'^2 + b'^2 \neq 0$). Khi đó, ta có ***hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn*** sau :

$$\text{(I)} \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c'. \end{cases}$$

Mỗi cặp số $(x_0 ; y_0)$ đồng thời là nghiệm của cả hai phương trình trong hệ được gọi là một ***nghiệm*** *của hệ.*

Giải hệ phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó.

Các khái niệm *hệ phương trình tương đương, hệ phương trình hệ quả* cũng tương tự như đối với phương trình.

Đối với hệ phương trình, chúng ta cũng có những phép biến đổi tương đương, tức là phép biến đổi một hệ phương trình thành một hệ phương trình khác tương đương với nó. Biến đổi hệ phương trình bằng cách áp dụng quy tắc cộng đại số hoặc quy tắc thế mà ta đã học chính là những phép biến đổi tương đương các hệ phương trình.

H1 *Giải các hệ phương trình sau :*

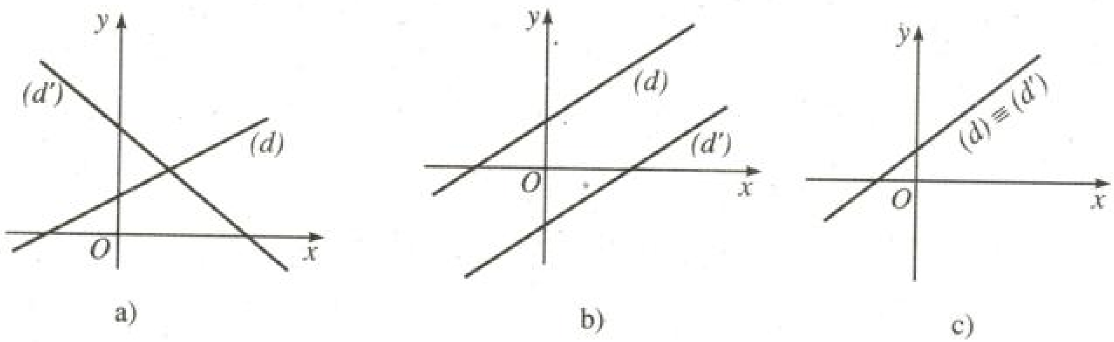
a) $\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ x + 3y = 5\ ; \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x + 6y = 2 \\ x - 3y = -2\ ; \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x - \dfrac{1}{3}y = \dfrac{1}{3}. \end{cases}$

• Giả sử (d) là đường thẳng $ax + by = c$ và (d') là đường thẳng $a'x + b'y = c'$. Khi đó (h.3.2) :

1) Hệ (I) có nghiệm duy nhất ⇔ (d) và (d') cắt nhau ;

2) Hệ (I) vô nghiệm ⇔ (d) và (d') song song với nhau ;

3) Hệ (I) có vô số nghiệm ⇔ (d) và (d') trùng nhau.



Hình 3.2

2. Giải và biện luận hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

a) Xây dựng công thức

Xét hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

$$\text{(I)} \begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c'. & (2) \end{cases}$$

– Nhân hai vế của phương trình (1) với b', hai vế của phương trình (2) với $-b$ rồi cộng các vế tương ứng, ta được

$$(ab' - a'b)x = cb' - c'b. \qquad (3)$$

– Nhân hai vế của phương trình (1) với $-a'$, hai vế của phương trình (2) với a rồi cộng các vế tương ứng, ta được

$$(ab' - a'b)y = ac' - a'c. \qquad (4)$$

– Trong (3) và (4), ta đặt $\mathrm{D} = ab' - a'b$, $\mathrm{D}_x = cb' - c'b$ và $\mathrm{D}_y = ac' - a'c$. Khi đó, ta có hệ phương trình *hệ quả*

$$(\mathrm{II}) \begin{cases} \mathrm{D}.x = \mathrm{D}_x \\ \mathrm{D}.y = \mathrm{D}_y. \end{cases}$$

Đối với hệ (II), ta xét các trường hợp sau đây.

1) $\mathrm{D} \neq 0$, lúc này hệ (II) có một nghiệm duy nhất

$$(x\,;y) = \left(\frac{\mathrm{D}_x}{\mathrm{D}}\,;\,\frac{\mathrm{D}_y}{\mathrm{D}}\right). \qquad (5)$$

Ta thấy đây cũng là nghiệm của hệ phương trình (I).

H2 *Hãy thử lại rằng (5) là một nghiệm của hệ (I) để khẳng định kết luận trên.*

2) $\mathrm{D} = 0$, lúc này hệ (II) trở thành

$$\begin{cases} 0x = \mathrm{D}_x \\ 0y = \mathrm{D}_y. \end{cases}$$

– Nếu $\mathrm{D}_x \neq 0$ hoặc $\mathrm{D}_y \neq 0$ thì hệ (II) vô nghiệm nên hệ (I) vô nghiệm.

– Nếu $\mathrm{D}_x = \mathrm{D}_y = 0$ thì hệ (II) có vô số nghiệm. Tuy nhiên, muốn tìm nghiệm của hệ (I), ta phải trở về hệ (I) (do (II) chỉ là hệ phương trình hệ quả).

Theo giả thiết, hai số a và b không cùng bằng 0 nên ta có thể giả sử $a \neq 0$ (trường hợp $b \neq 0$ cũng giải tương tự). Ta có

$$\mathrm{D} = ab' - a'b = 0 \Rightarrow b' = \frac{a'}{a}b\ ;$$

$$\mathrm{D}_y = ac' - a'c = 0 \Rightarrow c' = \frac{a'}{a}c.$$

Bởi vậy, hệ (I) có thể viết thành

$$\begin{cases} ax + by = c \\ \dfrac{a'}{a}(ax + by) = \dfrac{a'}{a}c. \end{cases}$$

Do đó, tập nghiệm của hệ (I) trùng với tập nghiệm của phương trình $ax + by = c$ (ta đã biết cách giải phương trình này).

Kết quả trên có thể tóm tắt như sau :

$$\begin{cases} ax + by = c & (a^2 + b^2 \neq 0) \\ a'x + b'y = c' & (a'^2 + b'^2 \neq 0) \end{cases}$$

1) $D \neq 0$: Hệ có một nghiệm duy nhất $(x\,;\,y)$, trong đó

$$x = \frac{D_x}{D}\ ;\ y = \frac{D_y}{D}.$$

2) $D = 0$:

- $D_x \neq 0$ hoặc $D_y \neq 0$: Hệ vô nghiệm.
- $D_x = D_y = 0$: Hệ có vô số nghiệm, tập nghiệm của hệ là tập nghiệm của phương trình $ax + by = c$.

b) Thực hành giải và biện luận

Trong thực hành giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, định thức là một công cụ đem lại nhiều thuận tiện.

Biểu thức $pq' - p'q$, với p, q, p', q' là những số, được gọi là một ***định thức cấp hai*** *và kí hiệu là*

$$\begin{vmatrix} p & q \\ p' & q' \end{vmatrix} \text{ (chú ý cách tính } \begin{vmatrix} p & q \\ p' & q' \end{vmatrix} = pq' - p'q).$$

Như vậy, các biểu thức D, D_x và D_y mà chúng ta gặp khi giải hệ (I) đều là những định thức cấp hai :

$$D = ab' - a'b = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix},\ D_x = cb' - c'b = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix},\ D_y = ac' - a'c = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}.$$

Ta thấy trong mỗi định thức trên đều có hai *hàng* và hai *cột*.

H3 *a) Tìm từ thích hợp để điền vào chỗ trống :*

Trong định thức D, cột thứ nhất gồm các hệ số của ... ; cột thứ hai gồm các hệ số của ... .

b) Phát biểu các câu tương tự đối với D_x và D_y.

Ta có thể sử dụng định thức để giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 5x - 2y = -9 \\ 4x + 3y = 2. \end{cases}$$

Giải. Ta có

$$D = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 5 \,.\, 3 - 4 \,.\, (-2) = 23 \neq 0 \,;$$

$$D_x = \begin{vmatrix} -9 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (-9).\, 3 - 2 \,.\, (-2) = -23 \,; \text{ suy ra } x = \frac{D_x}{D} = -1 \,;$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 5 & -9 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 5 \,.\, 2 - 4 \,.\, (-9) = 46 \,; \text{ suy ra } y = \frac{D_y}{D} = 2.$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất $(x\,;\,y) = (-1\,;\,2)$. □

H4 *Bằng định thức, giải hệ phương trình*

$$\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 7x + 4y = 2. \end{cases}$$

Ví dụ 2. Giải và biện luận hệ phương trình

$$\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2. \end{cases}$$

Giải. Trước hết, ta tính các định thức

$$D = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1 = (m-1)(m+1)\,;$$

$$D_x = \begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 2 & m \end{vmatrix} = m^2 + m - 2 = (m-1)(m+2)\,;$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m & m+1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = m - 1.$$

Ta phải xét các trường hợp sau :

1) $D \neq 0$, tức là $m \neq \pm 1$. Ta có

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{(m-1)(m+2)}{(m-1)(m+1)} = \frac{m+2}{m+1}\,;$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{m-1}{(m-1)(m+1)} = \frac{1}{m+1}.$$

Hệ có một nghiệm duy nhất $(x\,;\,y) = \left(\dfrac{m+2}{m+1}\,;\,\dfrac{1}{m+1}\right)$.

2) D = 0, tức là $m = 1$ hoặc $m = -1$.

– Nếu $m = 1$ thì $D = D_x = D_y = 0$ và hệ trở thành $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2. \end{cases}$ Ta có

$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x + y = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2 - x. \end{cases}$

– Nếu $m = -1$ thì D = 0, nhưng $D_x \neq 0$ nên hệ vô nghiệm.

Kết luận :

Với $m \neq \pm 1$, hệ có nghiệm duy nhất $(x\,;\,y) = \left(\dfrac{m+2}{m+1}\,;\,\dfrac{1}{m+1}\right)$;

Với $m = -1$, hệ vô nghiệm ;

Với $m = 1$, hệ có vô số nghiệm $(x\,;\,y)$ tính theo công thức

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2 - x. \end{cases}$$ □

3. Ví dụ về giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

Hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng tổng quát là

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3, \end{cases}$$

trong đó các hệ số của ba ẩn x, y, z trong mỗi phương trình của hệ không đồng thời bằng 0.

Giải hệ phương trình trên là tìm tất cả các bộ ba số $(x\,;\,y\,;\,z)$ đồng thời nghiệm đúng cả ba phương trình của hệ.

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình (tức là tìm tất cả các nghiệm chung của các phương trình trong hệ)

$$\text{(III)} \begin{cases} x + y + z = 2 & (6) \\ x + 2y + 3z = 1 & (7) \\ 2x + y + 3z = -1. & (8) \end{cases}$$

Cách giải. Từ (6) ta có

$$z = 2 - x - y. \qquad (9)$$

Thay thế z trong (9) vào (7) và (8), ta được

$$x + 2y + 3(2 - x - y) = 1 \Leftrightarrow 2x + y = 5\ ;$$

$$2x + y + 3(2 - x - y) = -1 \Leftrightarrow x + 2y = 7.$$

Ta thu được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn quen thuộc

$$\text{(IV)} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 7. \end{cases}$$

□

H5 *Giải tiếp hệ (IV) để tìm x và y rồi thế vào (9) để tìm z và kết luận về nghiệm của hệ (III).*

Nhận xét. Qua ví dụ trên, ta thấy : Nguyên tắc chung để giải các hệ phương trình nhiều ẩn là *khử bớt ẩn* để quy về giải các phương trình hay hệ phương trình có số ẩn ít hơn. Để khử bớt ẩn, ta cũng có thể dùng các phương pháp cộng đại số hay phương pháp thế giống như đối với hệ phương trình hai ẩn.

H6 *Giải hệ phương trình*

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = 13 \\ 4x - 2y - 3z = 3 \\ -x + 2y + 4z = -1. \end{cases}$$

Câu hỏi và bài tập

30. Cho một hệ hai phương trình hai ẩn. Biết rằng phương trình thứ hai trong hệ nghiệm đúng với mọi giá trị của các ẩn. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

(A) Hệ đã cho nghiệm đúng với mọi giá trị của các ẩn ;

(B) Hệ đã cho vô nghiệm ;

(C) Tập nghiệm của hệ đã cho trùng với tập nghiệm của phương trình thứ nhất ;

(D) Cả ba khẳng định trên đều sai.

31. Bằng định thức, giải các hệ phương trình :

a) $\begin{cases} 5x - 4y = 3 \\ 7x - 9y = 8\ ; \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = -1 \\ 2\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0. \end{cases}$

32. Giải các hệ phương trình :

a) $\begin{cases} \dfrac{4}{x} + \dfrac{1}{y-1} = 3 \\ \dfrac{2}{x} - \dfrac{2}{y-1} = 4\ ; \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{3(x+y)}{x-y} = -7 \\ \dfrac{5x-y}{y-x} = \dfrac{5}{3}. \end{cases}$

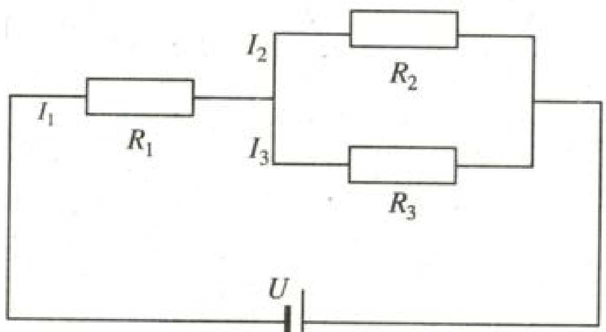
33. Giải và biện luận các hệ phương trình :

a) $\begin{cases} x - my = 0 \\ mx - y = m + 1 ; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2ax + 3y = 5 \\ (a+1)x + y = 0. \end{cases}$

34. Giải hệ phương trình sau (có thể dùng máy tính bỏ túi để kiểm tra kết quả – Xem bài đọc thêm trang 94) :

$$\begin{cases} x + y + z = 11 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 24. \end{cases}$$

35. Hình 3.3 cho một mạch điện kín. Biết $R_1 = 0{,}25\ \Omega$, $R_2 = 0{,}36\ \Omega$, $R_3 = 0{,}45\ \Omega$ và $U = 0{,}6$ V. Gọi I_1 là cường độ dòng điện của mạch chính, I_2 và I_3 là cường độ dòng điện của hai mạch rẽ. Tính I_1, I_2 và I_3 (chính xác đến hàng phần trăm).



Hình 3.3

Hướng dẫn. I_1, I_2 và I_3 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ R_1I_1 + R_2I_2 = U \\ R_2I_2 - R_3I_3 = 0. \end{cases}$$

Bài đọc thêm

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BẰNG MÁY TÍNH CASIO *fx - 500MS*

Máy tính CASIO *fx - 500MS* có thể giúp ta tìm nghiệm đúng hoặc nghiệm gần đúng (với chín chữ số thập phân) của hệ phương trình bậc nhất với các *hệ số bằng số.*

1. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Để giải hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$

ta phải vào chương trình tương ứng bằng cách ấn liên tiếp các phím $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$. Sau đó, nhập từng hệ số $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ bằng cách ấn phím tương ứng với mỗi hệ số đó và phím $\boxed{=}$.

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 5x - 4y = -10. \end{cases}$$

Ta ấn lần lượt các phím sau :

$\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ 3 $\boxed{=}$ 1 $\boxed{=}$ 11 $\boxed{=}$ 5 $\boxed{=}$ $\boxed{(-)}$ 4 $\boxed{=}$ $\boxed{(-)}$ 10 $\boxed{=}$

Khi đó, trên màn hình xuất hiện $x = 2$. Ấn tiếp phím $\boxed{=}$, trên màn hình xuất hiện $y = 5$. Như vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x ; y) = (2 ; 5)$. □

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - 5y = 3 \\ 3x + 4y = 8. \end{cases}$$

Ta ấn lần lượt các phím sau :

$\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{(-)}$ 5 $\boxed{=}$ 3 $\boxed{=}$ 3 $\boxed{=}$ 4 $\boxed{=}$ 8 $\boxed{=}$

Khi đó, trên màn hình xuất hiện $x = 2.260\,869\,565$. Để tìm giá trị của x dưới dạng phân số, ta ấn tiếp hai phím $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{d/c}}$, ta được $x = \frac{52}{23}$. Ấn tiếp phím $\boxed{=}$, trên màn hình xuất hiện $y = 0.304\,347\,826$. Khi ấn tiếp hai phím $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{d/c}}$, ta được $y = \frac{7}{23}$.

Như vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x ; y) = \left(\frac{52}{23}; \frac{7}{23}\right)$ và nghiệm gần đúng với chín chữ số thập phân của hệ phương trình đó là

$$\begin{cases} x \approx 2,260\,869\,565 \\ y \approx 0,304\,347\,826. \end{cases}$$

□

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 5x + 2\sqrt{3}y = 7 \\ -x + 5,43y = 15. \end{cases}$$

Ta ấn lần lượt các phím sau :

$\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ 5 $\boxed{=}$ 2 $\boxed{\sqrt{\ }}$ 3 $\boxed{=}$ 7 $\boxed{=}$ $\boxed{(-)}$ 1 $\boxed{=}$ 5,43 $\boxed{=}$ 15 $\boxed{=}$

Khi đó, trên màn hình xuất hiện $x = -0.455\,722\,15$. Ấn tiếp phím $\boxed{=}$, trên màn hình xuất hiện $y = 2.678\,504\,208$. Như vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất và nghiệm gần đúng với chín chữ số thập phân của hệ phương trình đó là

$$\begin{cases} x \approx -0,45572215 \\ y \approx 2,678504208. \end{cases}$$

□

Chú ý rằng hệ phương trình trên không có nghiệm hữu tỉ. Do đó, sau khi có giá trị gần đúng $x \approx -0{,}455\,722\,15$ (hoặc $y \approx 2{,}678\,504\,208$), nếu ta ấn tiếp hai phím $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{d/c}}$ thì trên màn hình vẫn chỉ có giá trị gần đúng đó mà thôi.

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ -2x - \dfrac{3}{2}y = 5. \end{cases}$$

Ta ấn lần lượt các phím sau :

$\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ 4 $\boxed{=}$ 3 $\boxed{=}$ 8 $\boxed{=}$ $\boxed{(-)}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{(-)}$ 3 $\boxed{\text{a}^{\text{b/c}}}$ 2 $\boxed{=}$ 5 $\boxed{=}$

Khi đó, trên màn hình xuất hiện **Math ERROR.** Điều đó có nghĩa là hệ phương trình vô nghiệm hoặc vô định. □

Để xoá **Math ERROR**, ta ấn phím $\boxed{\text{AC}}$.

2. Hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn

Để giải hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3, \end{cases}$$

ta phải vào chương trình tương ứng bằng cách ấn liên tiếp các phím $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{3}$. Sau đó, việc nhập từng hệ số a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2, a_3, b_3, c_3, d_3 cũng giống như đối với hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Hãy giải hệ phương trình sau và đối chiếu kết quả thu được với đáp số :

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 7 \\ 3x + 4y - 8z = 9 \\ -x + 2y - 4z = 3. \end{cases}$$

Đáp số : $(x\,;\,y\,;\,z) = \left(\dfrac{3}{5}\,;\,-\dfrac{17}{7}\,;\,-\dfrac{74}{35}\right).$ □

Luyện tập

36. Cho một hệ hai phương trình hai ẩn. Biết rằng phương trình thứ hai trong hệ vô nghiệm. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

(A) Hệ đã cho nghiệm đúng với mọi giá trị của các ẩn ;

(B) Hệ đã cho vô nghiệm ;

(C) Tập nghiệm của hệ đã cho trùng với tập nghiệm của phương trình thứ nhất ;

(D) Cả ba khẳng định trên đều sai.

37. Tìm nghiệm gần đúng của các hệ phương trình sau (chính xác đến hàng phần trăm, có thể dùng máy tính bỏ túi) :

a) $\begin{cases} \sqrt{3}x - y = 1 \\ 5x + \sqrt{2}y = \sqrt{3} \, ; \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + (\sqrt{3} - 1)y = 1 \\ (\sqrt{3} + 1)x + 3y = 5. \end{cases}$

38. Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi $2p$ (mét). Nếu mở rộng miếng đất đó bằng cách tăng một cạnh thêm 3 m và cạnh kia thêm 2 m thì diện tích miếng đất tăng thêm 246 m^2. Tính các kích thước của miếng đất đó (biện luận theo p).

39. Giải và biện luận các hệ phương trình :

a) $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - 3my = 2m + 3 \, ; \end{cases}$

b) $\begin{cases} mx + y = 4 - m \\ 2x + (m - 1)y = m. \end{cases}$

40. Với giá trị nào của a thì mỗi hệ phương trình sau có nghiệm ?

a) $\begin{cases} (a + 1)x - y = a + 1 \\ x + (a - 1)y = 2 \, ; \end{cases}$

b) $\begin{cases} (a + 2)x + 3y = 3a + 9 \\ x + (a + 4)y = 2. \end{cases}$

41. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(a \, ; b)$ sao cho hệ phương trình sau vô nghiệm :

$$\begin{cases} ax + y = 2 \\ 6x + by = 4. \end{cases}$$

42. Cho hai đường thẳng (d_1) : $x + my = 3$ và (d_2) : $mx + 4y = 6$. Với giá trị nào của m thì :

a) Hai đường thẳng cắt nhau ?

b) Hai đường thẳng song song với nhau ?

c) Hai đường thẳng trùng nhau ?

43. Giải hệ phương trình (có thể dùng máy tính bỏ túi để kiểm tra kết quả)

$$\begin{cases} x - y + z = 7 \\ x + y - z = 1 \\ -x + y + z = 3. \end{cases}$$

44. *Bài toán máy bơm nước*

Một gia đình muốn mua một chiếc máy bơm nước. Có hai loại với cùng lưu lượng nước bơm được trong một giờ ; loại thứ nhất giá 1,5 triệu đồng, loại thứ hai giá 2 triệu đồng. Tuy nhiên, nếu dùng máy bơm loại thứ nhất thì mỗi giờ tiền điện phải trả là 1200 đồng, trong khi dùng máy bơm loại thứ hai thì chỉ phải trả 1000 đồng cho mỗi giờ bơm.

Kí hiệu $f(x)$ và $g(x)$ lần lượt là số tiền (tính bằng nghìn đồng) phải trả khi sử dụng máy bơm loại thứ nhất và loại thứ hai trong x giờ (bao gồm tiền điện và tiền mua máy bơm).

a) Hãy biểu diễn $f(x)$ và $g(x)$ dưới dạng các biểu thức của x.

b) Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ trên cùng một mặt phẳng toạ độ.

c) Xác định toạ độ giao điểm của hai đồ thị ấy. Hãy phân tích *ý nghĩa kinh tế* của giao điểm đó.