

**§1. Số phức. Biểu diễn hình học số phức**

**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

- Số phức  $z = a + bi$  có phần thực là  $a$ , phần ảo là  $b$  ( $a, b \in \mathbf{R}$  và  $i^2 = -1$ ).
- $a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c ; b = d$ .
- Số phức  $z = a + bi$  được biểu diễn bởi điểm  $M(a ; b)$  trên mặt phẳng tọa độ.
- Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{OM}$  là môđun của số phức  $z$ , tức là

$$|z| = \left| \overrightarrow{OM} \right| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

- Số phức liên hợp của  $z = a + bi$  là  $\bar{z} = a - bi$ .

**B. VÍ DỤ**

• **Ví dụ 1**

Tìm các số thực  $x$  và  $y$ , biết

$$(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i.$$

**Giải**

- Ta có

$$\begin{cases} 2x + 3y + 1 = 3x - 2y + 2 \\ -x + 2y = 4x - y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 5y = 1 \\ -5x + 3y = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{11}, y = \frac{4}{11}.$$

• **Ví dụ 2**

Tính  $|z|$ , biết

$$z = 1 - 3i.$$

**Giải**

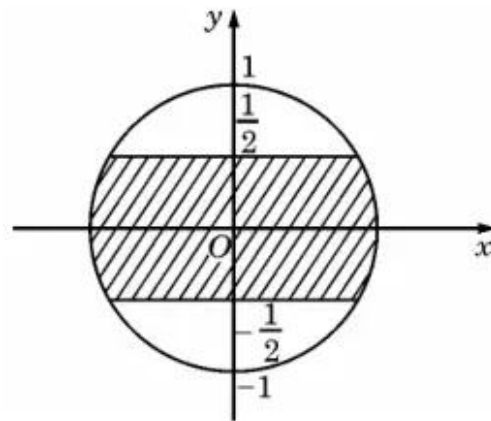
$$|1 - 3i| = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}.$$

• **Ví dụ 3**

Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện :  $|z| \leq 1$  và phần ảo của  $z$  thuộc đoạn  $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ .

**Giải**

Điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện của đề bài nằm trong hình tròn tâm  $O$  bán kính 1 và nằm giữa hai đường thẳng song song với trục  $Ox$ , cắt trục  $Oy$  tại các điểm  $-\frac{1}{2}$  và  $\frac{1}{2}$  (phần gạch sọc trong Hình 78).



Hình 78

### C. BÀI TẬP

4.1. Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn :

a)  $2x + 1 + (1 - 2y)i = 2 - x + (3y - 2)i$  ;

b)  $4x + 3 + (3y - 2)i = y + 1 + (x - 3)i$  ;

c)  $x + 2y + (2x - y)i = 2x + y + (x + 2y)i$ .

4.2. Cho hai số phức  $\alpha = a + bi$ ,  $\beta = c + di$ . Hãy tìm điều kiện của  $a, b, c, d$  để các điểm biểu diễn  $\alpha$  và  $\beta$  trên mặt phẳng tọa độ :

a) Đối xứng với nhau qua trục  $Ox$  ;

b) Đối xứng với nhau qua trục  $Oy$  ;

c) Đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất và góc phần tư thứ ba ;

d) Đối xứng với nhau qua gốc toạ độ.

**4.3.** Trên mặt phẳng toạ độ tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thoả mãn điều kiện :

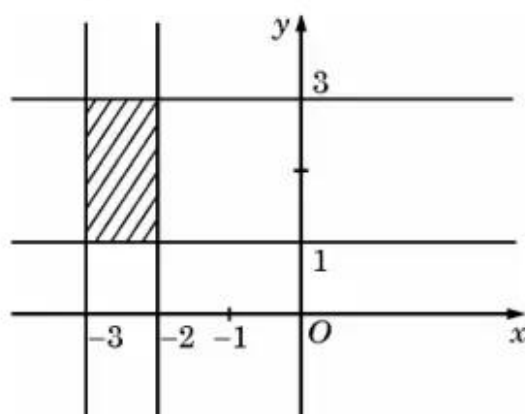
a) Phần thực của  $z$  bằng phần ảo của nó ;

b) Phần thực của  $z$  là số đối của phần ảo của nó ;

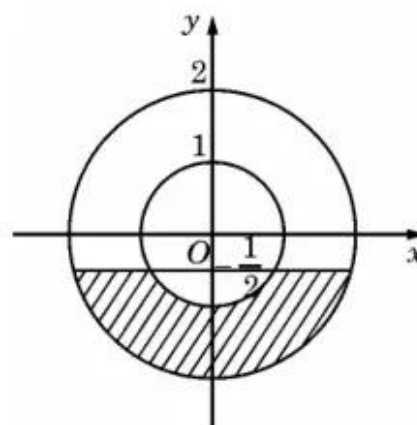
c) Phần ảo của  $z$  bằng hai lần phần thực của nó cộng với 1 ;

d) Tổng bình phương của phần thực và phần ảo của  $z$  bằng 1, phần thực của  $z$  không âm.

**4.4.** Số phức thoả mãn điều kiện nào thì có điểm biểu diễn ở phần gạch chéo trong các hình 79 và 80 ?



Hình 79



Hình 80

**4.5.** Hãy biểu diễn các số phức  $z$  trên mặt phẳng toạ độ, biết  $|z| \leq 2$  và

a) Phần thực của  $z$  không vượt quá phần ảo của nó ;

b) Phần ảo của  $z$  lớn hơn 1 ;

c) Phần ảo của  $z$  nhỏ hơn 1, phần thực của  $z$  lớn hơn 1.

**4.6.** Tìm số phức  $z$ , biết :

a)  $|z| = 2$  và  $z$  là số thuần ảo ;

b)  $|z| = 5$  và phần thực của  $z$  bằng hai lần phần ảo của nó.

**4.7.** Có thể nói gì về các điểm biểu diễn hai số phức  $z_1$  và  $z_2$ , biết :

a)  $|z_1| = |z_2|$  ?

b)  $z_1 = \bar{z}_2$  ?