

## §2. Phép cộng và phép nhân số phức

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$  ;
- $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$  ;
- $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$ .

### B. VÍ DỤ

• *Ví dụ 1*

Giải phương trình sau trên tập số phức

$$3x + (2 + 3i)(1 - 2i) = 5 + 4i.$$

*Giải*

Ta có  $3x + (2 + 3i)(1 - 2i) = 5 + 4i$   
 $\Leftrightarrow 3x + 8 - i = 5 + 4i \Leftrightarrow 3x = (5 + 4i) - (8 - i)$   
 $\Leftrightarrow 3x = -3 + 5i \Leftrightarrow x = -1 + \frac{5}{3}i.$

• *Ví dụ 2*

Chứng minh rằng

$$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2; \quad \overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2.$$

*Giải*

Giả sử  $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ .

Khi đó,  $\bar{z}_1 = a - bi, \bar{z}_2 = c - di$ .

Ta có  $\overline{z_1 + z_2} = \overline{(a + bi) + (c + di)} = \overline{(a + c) + (b + d)i} = (a + c) - (b + d)i$ ;

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = (a - bi) + (c - di) = (a + c) - (b + d)i.$$

Vậy  $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ .

Tương tự

$$\overline{z_1.z_2} = \overline{(a+bi)(c+di)} = \overline{(ac-bd) + (ad+bc)i} = (ac-bd) - (ad+bc)i ;$$

$$\bar{z}_1.\bar{z}_2 = (a-bi)(c-di) = (ac-bd) + (-ad-bc)i = (ac-bd) - (ad+bc)i.$$

Vậy  $\overline{z_1.z_2} = \bar{z}_1.\bar{z}_2$ .

• **Ví dụ 3**

Tính

$$(1+i)^{10}.$$

**Giải**

Ta có  $(1+i)^2 = 1^2 + 2i + i^2 = 2i$ .

Vậy  $(1+i)^{10} = \left((1+i)^2\right)^5 = (2i)^5 = 2^5.i^5 = 32i$ .

### C. BÀI TẬP

**4.8.** Thực hiện các phép tính :

a)  $(2+4i)(3-5i) + 7(4-3i)$  ;

b)  $(1-2i)^2 - (2-3i)(3+2i)$ .

**4.9.** Giải các phương trình sau trên tập số phức :

a)  $(5-7i) + \sqrt{3}x = (2-5i)(1+3i)$  ;

b)  $5-2ix = (3+4i)(1-3i)$ .

**4.10.** Tính các lũy thừa sau :

a)  $(3-4i)^2$  ;

b)  $(2+3i)^3$  ;

c)  $[(4+5i) - (4+3i)]^5$  ;

d)  $(\sqrt{2} - i\sqrt{3})^2$ .

**4.11.** Tính :

a)  $(1+i)^{2006}$  ;

b)  $(1-i)^{2006}$ .

**4.12.** Cho  $x, y$  là những số phức. Chứng minh rằng mỗi cặp số sau là hai số phức liên hợp của nhau :

a)  $x + \bar{y}$  và  $\bar{x} + y$  ;

b)  $x\bar{y}$  và  $\bar{x}y$  ;

c)  $x - \bar{y}$  và  $\bar{x} - y$ .

**4.13.** Tính :

$$\text{a) } \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 ; \quad \text{b) } \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 .$$

**4.14.** Cho  $z = a + bi$ . Chứng minh rằng :

$$\text{a) } z^2 + (\bar{z})^2 = 2(a^2 - b^2) ; \quad \text{b) } z^2 - (\bar{z})^2 = 4abi ;$$

$$\text{c) } z^2 (\bar{z})^2 = (a^2 + b^2)^2 .$$

**4.15.** Chứng minh rằng với mọi số phức  $u$  và  $v$ , ta có

$$\text{a) } |u| - |v| \leq |u + v| \leq |u| + |v| ;$$

$$\text{b) } |u| - |v| \leq |u - v| \leq |u| + |v| ;$$

$$\text{c) } |uv| = |u| \cdot |v| .$$

**4.16.** Phân tích thành nhân tử trên tập số phức :

$$\text{a) } u^2 + v^2 ;$$

$$\text{b) } u^4 - v^4 .$$