

§3

3.19. a) $\frac{1}{6}$; b) $78\frac{1}{12}$. HD :

$$S = \int_{-3}^0 (x^3 - 12x - x^2) dx + \\ + \int_0^4 (x^2 - x^3 + 12x) dx \text{ (H.73).}$$

c) 2 ; HD : $S = 4 \int_0^1 (1-x) dx.$

d) $\frac{\pi}{2} - 1$.

$$HD : S = 2 \int_0^1 \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{2} \right) dx = 2 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx - 1.$$

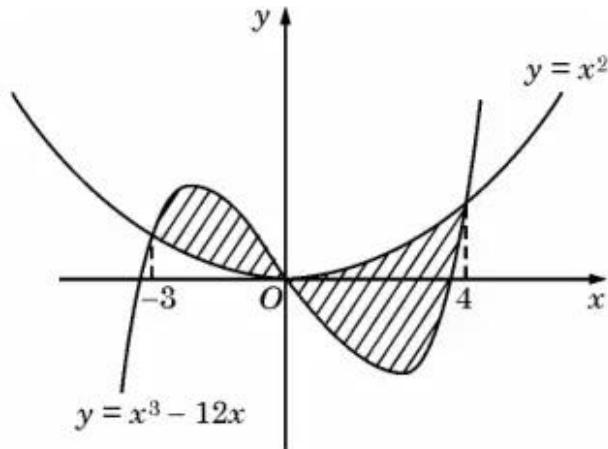
Đặt $x = \tan t$ để tính $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$.

e) $\frac{27}{4}$. HD : Phương trình tiếp tuyến tại $(-1; -2)$ là $y = 3x + 1$. Do đó, diện tích

$$S = \int_{-1}^2 (3x + 1 - x^3 + 1) dx = \int_{-1}^2 (3x + 2 - x^3) dx.$$

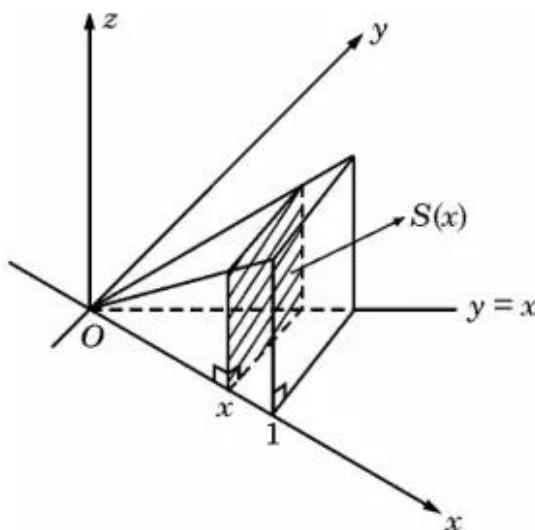
3.20. a) $\frac{1}{3}$. HD : Hình chóp (H.74). Thiết diện tại $x \in [0;1]$ là hình vuông cạnh

bằng x , $S(x) = x^2$. Vậy $V = \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$.

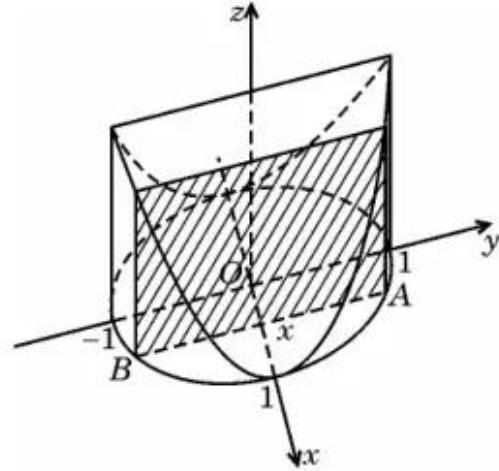


Hình 73

b) $\frac{16}{3}$. HD : (H75) Thiết diện tại $x \in [-1;1]$ là hình vuông cạnh AB , trong đó $A(x; y)$ với $y = \sqrt{1 - x^2}$. Khi đó, $AB = 2\sqrt{1 - x^2}$. Diện tích thiết diện là $S(x) = 4(1 - x^2)$. Vậy $V = 4 \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = 8 \int_0^1 (1 - x^2) dx = \frac{16}{3}$.



Hình 74



Hình 75

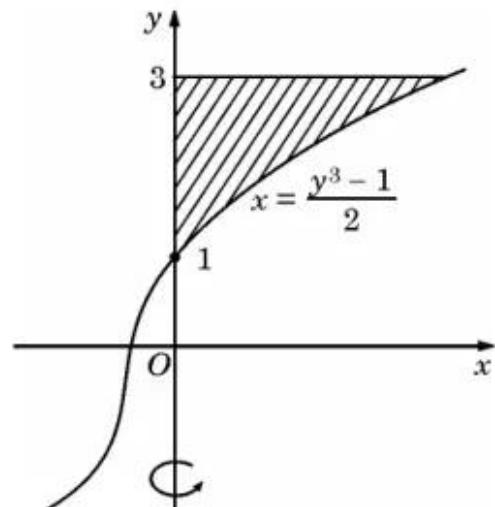
- 3.21. a) $\frac{56}{15}\pi$; b) $\frac{\pi}{5}$;
c) $\frac{480}{7}\pi$. HD : Xem Hình 76 ;
d) $\frac{8}{15}\pi$; e) $\frac{e^2 + 1}{2}\pi$.

3.22. $V(a) = \pi \left(1 - \frac{1}{a}\right)$ và $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi$.

3.23. a) $S_n = \frac{\frac{1}{n}(1 - e^{-1})}{e^{\frac{1}{n}} - 1}$;

HD : Theo Hình 72, ta có

$$S_n = \frac{1}{n} \left[e^{-\frac{1}{n}} + e^{-2\frac{1}{n}} + \dots + e^{-\frac{n}{n}} \right] = \frac{1}{n} e^{-\frac{1}{n}} \frac{1 - e^{-1}}{1 - e^{-\frac{1}{n}}} = \frac{\frac{1}{n}(1 - e^{-1})}{e^{\frac{1}{n}} - 1}.$$



Hình 76

$$\text{b)} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1 - e^{-1}.$$

Mặt khác $\int_0^1 e^{-x} dx = 1 - e^{-1}.$

3.24. a), b), c), d) : Đúng ; e) : Sai.