§4

2.18. a) $(0{,}1)^{\sqrt{2}} < 1$; b) $(3{,}5)^{0{,}1} > 1$; c) $\pi^{-2{,}7} < 1$; d) $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{-1{,}2} > 1$.

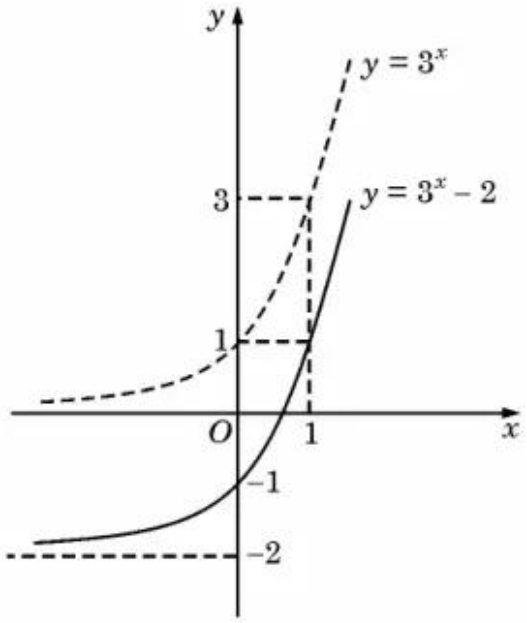
2.19. a) $(3\,;\,8)$; b) $\left(-1\,;\,\frac{1}{3}\right)$; c) $\left(2\,;\,\frac{1}{16}\right)$; d) $(-2\,;\,9)$.

2.20. a) $(1,7)^3 > 1$; b) $(0,3)^2 < 1$; c) $(3,2)^{1,5} < (3,2)^{1,6}$;

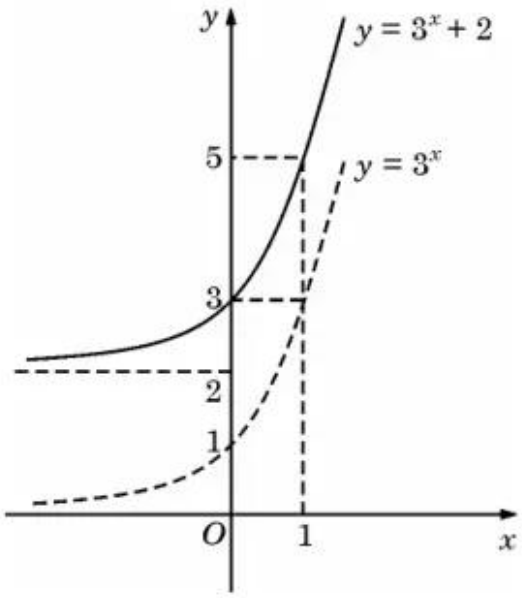
d) $(0,2)^{-3} > (0,2)^{-2}$; e) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{1,4}$; g) $6^{\pi} > 6^{3,14}$.

2.21. a) Đồ thị của hàm số $y = 3^x - 2$ nhận được từ đồ thị của hàm số $y = 3^x$ bằng phép tịnh tiến song song với trục tung xuống dưới 2 đơn vị (H.41).

b) Đồ thị của hàm số $y = 3^x + 2$ nhận được từ đồ thị của hàm số $y = 3^x$ bằng phép tịnh tiến song song với trục tung lên phía trên 2 đơn vị (H.42).



Hình 41



Hình 42

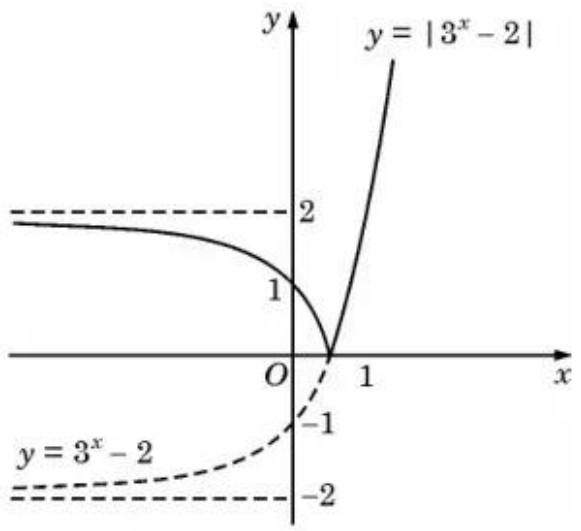
c) $y = |3^x - 2| = \begin{cases} 3^x - 2, & \text{khi } 3^x - 2 \geq 0 \\ -3^x + 2, & \text{khi } 3^x - 2 < 0. \end{cases}$

Do đó, đồ thị của hàm số $y = |3^x - 2|$ gồm :

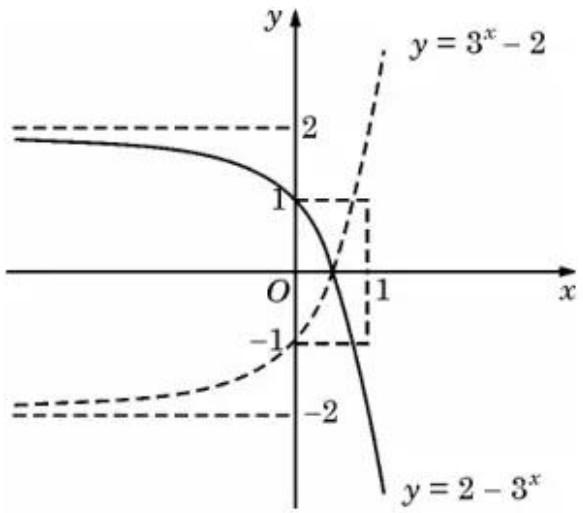
– Phần đồ thị của hàm số $y = 3^x - 2$ ứng với $3^x - 2 \geq 0$ (nằm phía trên trục hoành).

– Phần đối xứng qua trục hoành của đồ thị hàm số $y = 3^x - 2$ ứng với $3^x - 2 < 0$.

Vậy đồ thị của hàm số $y = |3^x - 2|$ có dạng như ở Hình 43.



Hình 43



Hình 44

d) $y = 2 - 3^x = -(3^x - 2)$.

Ta có đồ thị của hàm số $y = 2 - 3^x$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = 3^x - 2$ qua trục hoành (H.44).

2.22. Trên đoạn $[-1\ ;\ 1]$, ta có $y = 2^{|x|} = \begin{cases} 2^x, \text{ khi } x \in [0\ ;\ 1] \\ 2^{-x}, \text{khi } x \in [-1\ ;\ 0]. \end{cases}$

Do đó, trên đoạn $[0\ ;\ 1]$ hàm số đồng biến, trên đoạn $[-1\ ;\ 0]$ hàm số nghịch biến. Suy ra các giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất sẽ đạt được tại các đầu mút.

Ta có $y(-1) = 2^{-(-1)} = 2^1 = 2$, $\quad y(0) = 2^0 = 1$, $\quad y(1) = 2^1 = 2$.

Vậy $\max\limits_{[-1\ ;\ 1]} y = y(1) = y(-1) = 2$, $\min\limits_{[-1\ ;\ 1]} y = y(0) = 1$.

2.23. Ta biết công thức tính khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t là

$$m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}},$$

trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tức là tại thời điểm $t = 0$) ;

T là chu kì bán rã.

Ta có $T = 24$ giờ $= 1$ ngày đêm, $m_0 = 250$ gam.

Do đó :

a) Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau 1,5 ngày đêm là

$$m(1,5) = 250\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1,5}{1}} \approx 88,388 \text{ (gam)}.$$

b) Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau 3,5 ngày đêm là

$$m(3,5) = 250\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3,5}{1}} \approx 22,097 \text{ (gam)}.$$

2.24. Gọi trữ lượng gỗ ban đầu là V_0, tốc độ sinh trưởng hằng năm của rừng là i phần trăm. Ta có :

– Sau 1 năm, trữ lượng gỗ là

$$V_1 = V_0 + iV_0 = V_0(1+i);$$

– Sau 2 năm, trữ lượng gỗ là

$$V_2 = V_1 + iV_1 = V_1(1+i) = V_0(1+i)^2;$$

...

– Sau 5 năm, trữ lượng gỗ là

$$V_5 = V_0(1+i)^5.$$

Thay $V_0 = 4.10^5(m^3)$, $i = 4\% = 0,04$, ta được

$$V_5 = 4.10^5(1+0,04)^5 \approx 4,8666.10^5(m^3).$$

2.25. a) $D = (-\infty\,;-1) \cup (4\,;+\infty)$;

b) $D = (-1\,;6)$;

c) $D = (-5\,;-3) \cup (3\,;+\infty)$;

d) $D = (-\infty\,;-4) \cup (4\,;+\infty)$;

e) $D = (1\,;+\infty)$;

g) $(3\,;+\infty)$.

2.26. a) $y' = \dfrac{2x-3}{(x^2-3x-4)\ln 8}$;

b) $y' = \dfrac{-2x+5}{(-x^2+5x+6)\ln\sqrt{3}} = \dfrac{-4x+10}{(-x^2+5x+6)\ln 3}$;

c) $y' = \dfrac{x^2 + 10x + 9}{(x^2 - 9)(x + 5)\ln 0,7}$;

d) $y' = \dfrac{8}{(16 - x^2)\ln 3}$;

e) $y' = \dfrac{2^x \ln 2}{(2^x - 2)\ln \pi}$;

g) $y' = \dfrac{3^{x-1}}{3^{x-1} - 9}$.

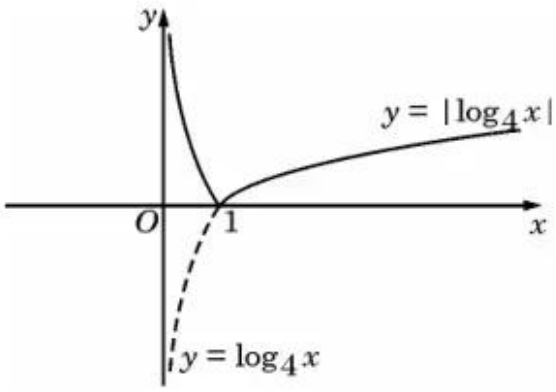
2.27. a) $y = |\log_4 x| = \begin{cases} \log_4 x, \text{ khi } x \geq 1 \\ -\log_4 x, \text{ khi } 0 < x < 1. \end{cases}$

Do đó, đồ thị của hàm số $y = |\log_4 x|$ gồm :

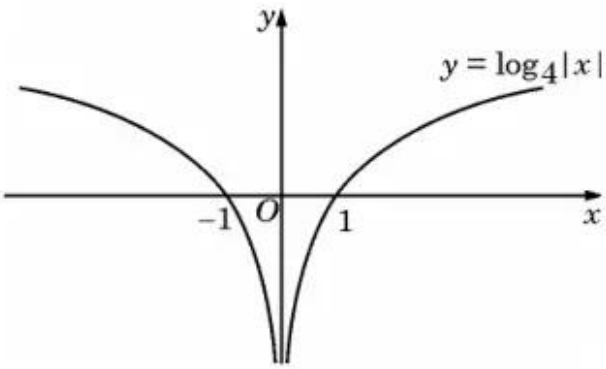
– Phần đồ thị của hàm số $y = \log_4 x$ ứng với $x \geq 1$.

– Phần đối xứng qua trục hoành của đồ thị hàm số $y = \log_4 x$ ứng với $0 < x < 1$.

Vậy đồ thị có dạng như ở Hình 45.



Hình 45



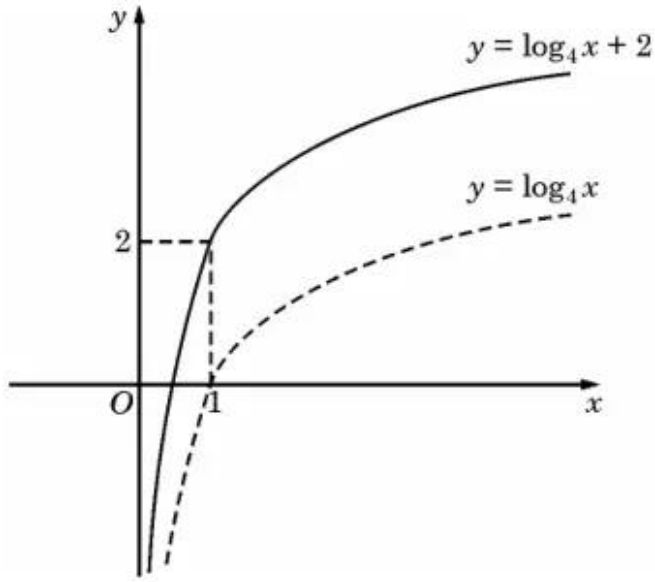
Hình 46

b) Hàm số $y = \log_4 |x|$ có tập xác định D = ¡ \{0} và là hàm số chẵn vì $y(-x) = \log_4 |-x| = \log_4 |x| = y(x)$.

Do đó, đồ thị của hàm số này có trục đối xứng là trục tung, trong đó phần đồ thị ứng với $x > 0$ là đồ thị của hàm số $y = \log_4 x$.

Vậy ta có đồ thị như trên Hình 46.

c) Đồ thị của hàm số $y = \log_4 x + 2$ nhận được từ đồ thị của hàm số $y = \log_4 x$ bằng phép tịnh tiến song song với trục tung lên trên 2 đơn vị (H.47).



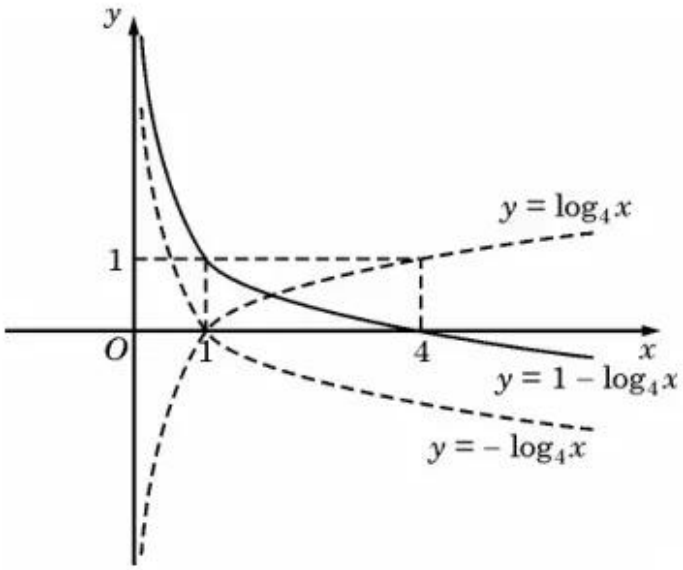
Hình 47

d) Để vẽ đồ thị của hàm số $y = 1 - \log_4 x$, ta thực hiện các bước sau :

– Lấy đối xứng qua trục hoành đồ thị của hàm số $y = \log_4 x$ để được đồ thị của hàm số $y = -\log_4 x$;

– Tịnh tiến song song với trục tung đồ thị của hàm số $y = -\log_4 x$ lên phía trên 1 đơn vị.

Vậy ta có đồ thị của hàm số $y = 1 - \log_4 x$ như trên Hình 48.



Hình 48

2.28. Ta có (C_1), (C_2) đi lên từ trái sang phải nên là đồ thị của các hàm số đồng biến, tức là ứng với hàm số lôgarit có cơ số lớn hơn 1.

Mặt khác, khi $x > 1$ thì $\log_{\sqrt{2}} x > \log_{\sqrt{5}} x$ và khi $0 < x < 1$ thì $\log_{\sqrt{2}} x < \log_{\sqrt{5}} x$.

Do đó, (C_1) là đồ thị của hàm số $y = \log_{\sqrt{2}} x$, (C_2) là đồ thị của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$.

• Ta có (C_3), (C_4) đi xuống từ trái sang phải nên là đồ thị của các hàm số nghịch biến, nghĩa là ứng với hàm số lôgarit có cơ số nhỏ hơn 1.

Mặt khác, khi $x > 1$ thì $\log_{\frac{1}{e}} x < \log_{\frac{1}{3}} x$ và khi $0 < x < 1$ thì $\log_{\frac{1}{e}} x > \log_{\frac{1}{3}} x$.

Do đó, (C_3) là đồ thị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{e}} x$; (C_4) là đồ thị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

2.29. a) $x < 1$; b) $x < 1$; c) $x > 1$; d) $x > 1$.