

ÔN TẬP CUỐI NĂM

- 5.1. a) Xác định a, b, c, d để đồ thị của các hàm số

$$y = x^2 + ax + b \quad \text{và} \quad y = cx + d$$

cùng đi qua hai điểm $M(1; 1)$ và $B(3; 3)$.

b) Vẽ đồ thị của các hàm số ứng với các giá trị a, b, c và d tìm được trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong trên.

c) Tính thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi hình phẳng trên quay quanh trục hoành.

- 5.2. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số

$$y = \frac{-x + 2}{x + 2}.$$

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết nó vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - 42$.

- 5.3. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số

$$y = \frac{4x - 5}{x - 1}.$$

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , tiếp tuyến của (C) tại $A(2; 3)$ và đường thẳng $x = 4$.

- 5.4. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau :

a) $y = \frac{5x + 3}{-x + 2}$;

b) $y = \frac{-6x + 2}{x - 1}$;

c) $y = \frac{2x^2 + 8x - 9}{3x^2 + x - 4}$;

d) $y = \frac{x + 2}{-2x + 5}$.

- 5.5. Tìm các điểm cực trị của các hàm số sau:

a) $y = -x^3 - 6x^2 + 15x + 1$;

b) $y = x^2\sqrt{x^2 + 2}$;

c) $y = x + \ln(x + 1)$;

d) $y = x - 1 + \frac{1}{x + 1}$.

- 5.6. Tìm $a \in (0; 2\pi)$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(1 + 2\cos a)x^2 + 2x\cos a + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

5.7. Chứng minh các bất đẳng thức sau :

a) $e^x + \cos x \geq 2 + x - \frac{x^2}{2}, \forall x \in \mathbb{R};$

b) $e^x - e^{-x} \geq 2\ln(x + \sqrt{1+x^2}), \forall x \geq 0;$

c) $8\sin^2 \frac{x}{2} + \sin 2x > 2x, \forall x \in (0; \pi].$

5.8. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của các hàm số sau trên các khoảng, đoạn tương ứng :

a) $g(x) = |x^3 + 3x^2 - 72x + 90|$ trên đoạn $[-5; 5];$

b) $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2];$

c) $f(x) = x - \ln x + 3$ trên khoảng $(0; +\infty).$

5.9. Cho hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x + 4\frac{1}{2}, \quad (1)$$

(m là tham số).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = 0.$

b) Viết phương trình của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $A(0; 4\frac{1}{2}).$

c) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành và các đường thẳng $x = 0$ và $x = 2.$

d) Xác định m để đồ thị của (1) cắt đường thẳng $y = -3x + 4\frac{1}{2}$ tại ba điểm phân biệt.

5.10. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{4x+4}{2x+1}.$

b) Từ (C) suy ra đồ thị của hàm số $y = \left| \frac{4x+4}{2x+1} \right|.$

c) Viết phương trình tiếp tuyến với (C), biết rằng tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{4}x - 3.$

5.11. Cho hàm số $y = \frac{(2+m)x + m - 1}{x + 1}$. (1)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với $m = 2$.
 b) Xác định các điểm có tọa độ nguyên trên đồ thị của (1) khi $m \in \mathbb{Z}$.

5.12. Cho a, b, x là những số dương. Đơn giản các biểu thức sau :

a) $A = \left[\frac{2a + (ab)^{\frac{1}{2}}}{3a} \right]^{-1} \left[\frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a - (ab)^{\frac{1}{2}}} - \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right];$

b) $B = \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} - \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a} + \sqrt{x}} \right)^{-2} - \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} - \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a} - \sqrt{x}} \right)^{-2};$

c) $C = \sqrt{16^{\frac{1}{\log_7 4}} + 81^{\frac{1}{\log_6 9}} + 15};$

d) $D = 49^{1 - \log_7 2} + 5^{-\log_5 4}.$

5.13. Với số a dương và khác 1, giả sử có ba hàm số :

$$s(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2}; \quad c(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}; \quad t(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}.$$

Hãy chứng minh rằng :

a) $c^2(x) - s^2(x) = 1;$ b) $s(2x) = 2s(x)c(x);$

c) $c(2x) = 2c^2(x) - 1 = 2s^2(x) + 1 = c^2(x) + s^2(x);$ d) $t(2x) = \frac{2t(x)}{1 + t^2(x)}.$

5.14. Hãy biểu diễn :

a) $\log_{30} 8$ qua $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$;

b) $\log_9 20$ qua $a = \log 2$ và $b = \log 3$.

5.15. Giải các phương trình sau :

a) $\left(\frac{13}{24}\right)^{3x+7} = \left(\frac{24}{13}\right)^{2x+3};$ b) $(4 - \sqrt{15})^{\tan x} + (4 + \sqrt{15})^{\tan x} = 8;$

c) $(\sqrt[3]{6 + \sqrt{15}})^x + (\sqrt[3]{7 - \sqrt{15}})^x = 13.$

5.16. Giải các phương trình sau :

$$\text{a) } 5^{\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)} = 1;$$

$$\text{c) } 7^{x^2} \cdot 5^{2x} = 7;$$

$$\text{e) } \frac{\log_3 x}{\log_9 3x} = \frac{\log_{27} 9x}{\log_{81} 27x};$$

$$\text{b) } 6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0;$$

$$\text{d) } \log_4(x+2) \log_x 2 = 1;$$

$$\text{g) } \log_3 x + \log_4(2x-2) = 2.$$

5.17. Giải các bất phương trình sau :

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_1(x^2-3x+1)} < 1;$$

$$\text{b) } 4x^2 + 3 \cdot 3^{\sqrt{x}} + x \cdot 3^{\sqrt{x}} < 2x^2 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 2x + 6;$$

$$\text{c) } \log_x 4 \cdot \log_2 \frac{5-12x}{12x-8} \geq 2.$$

5.18. Giải các bất phương trình sau :

$$\text{a) } (0,5)^{\frac{1}{x}} \geq 0,0625;$$

$$\text{b) } \log_{0,2}(x^2 - 4) \geq -1;$$

$$\text{c) } \log_2 \log_{0,5} \left(2^x - \frac{15}{16}\right) \leq 2;$$

$$\text{d) } \log_3(16^x - 2 \cdot 12^x) \leq 2x + 1.$$

5.19. Tính các tích phân sau :

$$\text{a) } \int_{-2}^4 \left(\frac{x-2}{x+3}\right)^2 dx \text{ (đặt } t = x+3 \text{);}$$

$$\text{b) } \int_{-4}^6 (|x+3| - |x-4|) dx;$$

$$\text{c) } \int_{-3}^2 \frac{dx}{\sqrt{x+7} + 3} \text{ (đặt } t = \sqrt{x+7} \text{);}$$

$$\text{d) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+4 \sin x} dx;$$

$$\text{e) } \int_1^2 \frac{x^9}{x^{10} + 4x^5 + 4} dx \text{ (đặt } t = x^5 \text{);}$$

$$\text{g) } \int_0^3 (x+2)e^{2x} dx;$$

$$\text{h) } \int_2^5 \frac{\sqrt{4+x}}{x} dx \text{ (đặt } t = \sqrt{4+x} \text{).}$$

5.20. Tính :

$$\text{a) } \int_{-1}^2 (5x^2 - x + e^{0,5x}) dx;$$

$$\text{b) } \int_{0,5}^2 \left(2\sqrt{x} - \frac{3}{x^3} + \cos x\right) dx;$$

$$c) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x+3}} \text{ (đặt } t = \sqrt{2x+3} \text{)} ;$$

$$d) \int_1^2 \sqrt[3]{3x^3+4} x^2 dx \text{ (đặt } t = \sqrt[3]{3x^3+4} \text{)} ; \quad e) \int_{-2}^2 (x-2)|x| dx ;$$

$$g) \int_1^0 x \cos x dx ;$$

$$h) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{\sin x + \cos x} dx ;$$

$$i) \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx ;$$

$$k) \int_1^e x^2 \ln^2 x dx .$$

5.21. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau :

$$a) y = |x^2 - 1| \text{ và } y = 5 + |x| ;$$

$$b) 2y = x^2 + x - 6 \text{ và } 2y = -x^2 + 3x + 6 ;$$

$$c) y = \frac{1}{x} + 1, x = 1 \text{ và tiếp tuyến với đường } y = \frac{1}{x} + 1 \text{ tại điểm } \left(2; \frac{3}{2}\right).$$

5.22. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay các hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục Ox :

$$a) y = x^3; y = 1 \text{ và } x = 3; \quad b) y = \frac{2}{\pi}x; y = \sin x; x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right];$$

$$c) y = x^\alpha, \alpha \in \mathbf{N}^*; y = 0; x = 0 \text{ và } x = 1.$$

5.23. Chứng minh rằng :

$$a) i + i^2 + i^3 + \dots + i^{99} + i^{100} = 0; \quad b) \frac{(\sqrt{2} + i)(1 - i)(1 + i)}{i} = 2 - 2\sqrt{2}i.$$

5.24. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ thoả mãn các điều kiện :

$$a) |z - i| = 1; \quad b) |2 + z| < |2 - z|; \quad c) 2 \leq |z - 1 + 2i| < 3.$$

5.25. Tính :

$$a) \frac{5 + 2i}{7 - i}; \quad b) \frac{3 - i}{i} + (5 - i)^2.$$

5.26. Thực hiện các phép tính sau :

$$\text{a) } z = \frac{(1+2i)^2 - (1-i)^3}{(3+2i)^3 - (2+i)^2};$$

$$\text{b) } z = \frac{-41+63i}{50} - \frac{6i+1}{1-7i}.$$

5.27. Giải các phương trình sau :

$$\text{a) } 3x^2 - 4x + 2 = 0;$$

$$\text{b) } x^2 - x + 9 = 0.$$

5.28. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=1+i \\ 3x+iy=2-3i. \end{cases}$

5.29. Với những giá trị thực nào của x và y thì các số phức

$$z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi^5 \text{ và } z_2 = 8y^2 + 20i^{11}$$

là liên hợp của nhau ?

5.30. Tìm môđun của các số phức sau :

$$\text{a) } z_1 = -8 + \frac{1}{2}i;$$

$$\text{b) } z_2 = \sqrt{3} - \sqrt{7}i.$$

Đề tự kiểm tra

Đề 1

Câu I (3 điểm). Cho hàm số $y = 2 - \frac{2}{x-2}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Từ (C) vẽ đồ thị của hàm số

$$y = \left| \frac{2(x-3)}{x-2} \right|. \quad (1)$$

Dựa vào đồ thị của (1), hãy biện luận theo k số nghiệm của phương trình

$$\left| \frac{2(x-3)}{x-2} \right| = \log_2 k. \quad (2)$$

3) Tìm các điểm thuộc (C) có tọa độ nguyên.

Câu II (2 điểm). Giải các phương trình sau :

$$1) 32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0,25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}; \quad 2) \log_2(\cot x + \tan 3x) - 1 = \log_2(\tan 3x).$$

Câu III (2 điểm).

$$1) \text{ Tính tích phân } \int_0^2 \sqrt{1+2x^2} x dx \quad (\text{đặt } t = \sqrt{1+2x^2});$$

$$2) \text{ Tìm môđun của số phức } z = \frac{-8-3i}{1-i}.$$

Đề 2

Câu I (3,5 điểm). Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + m - 1$.

1) Chứng minh rằng đồ thị của hàm số đã cho luôn có hai điểm cực trị. Xác định m để một trong những điểm cực trị đó thuộc trục Ox .

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = \frac{1}{3}$.

3) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) , biết rằng tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - 2$.

4) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$ và $x = 2$.

Câu II (2 điểm)

1) Giải phương trình $3^{\frac{x}{5}} + 3^{\frac{x-10}{10}} = 84$.

2) Giải bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}(3 - 2x) > 1$.

Câu III (1,5 điểm)

1) Tính tích phân $\int_0^3 \frac{\sqrt{x+1} + 2}{\sqrt{x+1} + 3} dx$ (đặt $t = \sqrt{x+1}$).

2) Xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ thoả mãn điều kiện :

a) $|z + 1| = |z - i|$;

b) $|z|^2 + 3z + 3\bar{z} = 0$.

Đề 3

Câu I (3 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1; 0)$.

3) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $-x^3 + 3x - 2 = \log_3 m$.

Câu II (2 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số :

1) $f(x) = \ln(x^2 + x - 2)$ trên đoạn $[3; 6]$;

2) $f(x) = \cos^2 x + \cos x + 3$.

Câu III (2 điểm)

1) Tính các tích phân sau :

a) $\int_0^1 (3x^2 + 2x + 1)e^{2x} dx ;$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x \cdot \cos 4x dx .$

2) Tìm môđun của các số phức sau :

a) $z = (-4 + i\sqrt{48})(2 + i) ;$

b) $z = \frac{1 + i}{2 - i} .$